



Structures cohérentes et transition vers la turbulence par intermittence spatio-temporelle dans l'écoulement de Couette plan

Sabine Bottin

► To cite this version:

Sabine Bottin. Structures cohérentes et transition vers la turbulence par intermittence spatio-temporelle dans l'écoulement de Couette plan. Physique [physics]. Université Paris Sud - Paris XI, 1998. Français. NNT: . tel-00001111

HAL Id: tel-00001111

<https://theses.hal.science/tel-00001111>

Submitted on 20 Feb 2002

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° D'ORDRE: 5309

**UNIVERSITÉ DE PARIS-SUD
U.F.R SCIENTIFIQUE D'ORSAY**

THÈSE

présentée pour obtenir

**Le TITRE de DOCTEUR EN SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ PARIS XI ORSAY**

par
Sabine BOTTIN

**STRUCTURES COHÉRENTES ET TRANSITION
VERS LA TURBULENCE PAR INTERMITTENCE
SPATIO-TEMPORELLE DANS L'ÉCOULEMENT DE
COUETTE PLAN**

Soutenue le 19 juin 1998 devant la Commission d'examen:

F. BUSSE	Rapporteur
Y. COUDER	Rapporteur
F. DAVIAUD	
J. LEGA	Présidente
P. MANNEVILLE	Directeur de thèse
M. RABAUD	

A mes parents,

à Guillaume.

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Jacques Hamman, chef du Service Physique de l'État Condensé de m'avoir accueillie au sein du laboratoire.

Je veux remercier Paul Manneville pour avoir dirigé ma thèse, et pour les nombreuses discussions et orientations concernant les résultats expérimentaux, mais aussi pour m'avoir communiqué une rigueur scientifique et un regard critique unique. Je le remercie également pour l'aide qu'il m'a apporté durant mon enseignement de travaux dirigés à l'ENSTA.

Je remercie François Daviaud de m'avoir toujours donné de son temps, de m'avoir communiqué son expérience, et surtout sa confiance et cette "opiniâtreté" indispensables à l'aboutissement d'un travail expérimental.

Je remercie également Olivier Dauchot pour son encadrement tout au long de cette thèse, pour les discussions scientifiques intenses et passionnées et pour les bons moments que nous avons eu tout au long de ces trois années.

Je remercie vivement Joceline Lega d'avoir rendu possible mon séjour à Tucson, mais surtout de m'avoir fait partager sa vision des systèmes dynamiques. J'en profite pour remercier également Jerry Maloney, directeur de l'ACMS à l'Université d'Arizona, pour son accueil.

Je remercie chaleureusement Hugues Chaté pour les nombreuses discussions scientifiques (et gastronomiques) qui ont abouties à une collaboration permettant un aller-retour entre l'expérience et le numérique, grande source de compréhension en ce qui me concerne.

Je remercie Yves Couder et Fritz Busse d'avoir accepté de rapporter cette thèse et d'y avoir apporté toute leur attention. Je remercie également Marc Rabaud pour l'intérêt qu'il a porté à mon travail et sa participation au jury.

Je tiens tout particulièrement à remercier les personnes ayant participé aux diverses étapes qui constituent cette étude, et sans qui celle-ci n'aurait été possible. Je pense notamment aux mains d'or de Martial Labouise pour la fabrication de l'expérience du Couette, à Bernard Ozenda pour ses multiples compétences allant de l'électronique à la mécanique, et depuis sa retraite incluant l'informatique... mais aussi pour les bons moments passés autour d'un café. Je pense bien sûr à Cécile Gasquet et à son efficacité de "dépannage" et surtout à son beau travail de conception de Nikita qui a convivialisé et radicalement amélioré les possibilités d'acquisitions, déterminantes en ce qui concerne cette expérience. Finalement, je remercie Delphine Popot avec qui j'ai eu le

plaisir de travailler pour l'élaboration du traitement d'image, point de départ de la dernière partie de mon étude.

Mes pensées vont maintenant aux nombreuses personnes du service et particulièrement aux autres thésards, avec qui j'ai passé de bons moments de détente pendant les pauses, et qui m'ont soutenus lors de la rédaction... J'ai une pensée particulière pour tous les gens de la salle café avec leur savoir faire inégalé en ce qui concerne la percolation mais surtout leur bonne humeur et leur gentillesse.

Je remercie également Madame Marciano qui a toujours facilité mes aventures administratives, mais également pour son écoute.

Je pense, enfin, à tous mes amis et proches qui m'ont aidé et supporté pendant ces années, et notamment durant la dernière, et les remercie de leur amitié et fidélité.

Je termine par Guillaume, qui aurait pu être cité dans la plupart des points de ces remerciements, mais que j'ai choisis de citer en dernier pour, bien évidemment, accentuer ses multiples contributions que je ne pourrais détailler plus.

Table des matières

Introduction	1
0.1 Contexte Hydrodynamique	1
0.1.1 Deux types de transitions	1
0.1.2 Transition sous-critique	3
0.2 Contexte des systèmes dynamiques	4
0.2.1 Système confiné	4
0.2.2 Système étendu	5
0.3 L'écoulement de Couette plan	8
0.3.1 D'un point de vue numérique	9
0.3.2 D'un point de vue expérimental	14
0.4 Un problème ouvert	17
 1 L'expérience	 19
1.1 Dispositif expérimental	19
1.1.1 Description du montage	19
1.1.2 Mesure du nombre de Reynolds	23
1.1.3 Méthodes de perturbations	23
1.1.4 Préparation de l'expérience	26
1.2 Méthodes de mesures	27
1.2.1 Mesures spatio-temporelles	27
1.2.2 Profils de vitesses	33
1.3 Vérifications, Limitations	35
1.3.1 Écoulement de base	35
1.3.2 Mesure du gap	36
1.3.3 Protocole expérimental	38
1.3.4 Problèmes rencontrés	39

2	Recherche de solutions d'amplitude finie dans l'écoulement de Couette plan modifié	43
2.1	Introduction	43
2.2	Vortex longitudinaux	44
2.2.1	Introduction	46
2.2.2	Experimental facilities	49
2.2.3	The initial value problem	52
2.2.4	The continuous deformation approach	54
2.2.5	Discussion	69
2.3	Conclusion	77
3	Etude du gel spatial de la solution "rouleaux" et de sa déstabilisation	79
3.1	Introduction	79
3.2	Déstabilisation par intermittence temporelle	80
3.3	Distributions des durées de vie	93
3.3.1	Résultats	93
3.3.2	Conjectures	99
3.3.3	Nature de l'instabilité secondaire	100
3.4	Conclusion	101
4	Caractérisation de la transition et étude des états asymptotiques.	105
4.1	Premiers résultats et conjectures	107
4.2	Analyse statistique de la transition vers la turbulence	121
4.2.1	General setting	124
4.2.2	A minimal model of reference	127
4.2.3	Defining a threshold in plane Couette flow	128
4.2.4	Quench experiments	130
4.2.5	Bubble experiments	136
4.2.6	Summary and Perspectives	146
4.3	Comparaisons des différents résultats	153
4.4	Influence du rapport d'aspect	154
4.4.1	Demi-gap: $\Gamma = 2\Gamma_0$	154
4.4.2	Demi-courroie: $\Gamma = \Gamma_0/2$	160
4.5	Conclusion	163
5	Equation de Ginzburg-Landau complexe sous-critique	169
5.1	Introduction	169

5.2	Etude analytique	171
5.2.1	Influence du terme spatial dans le cas de RGL5	171
5.3	Méthode numérique	176
5.3.1	Interface de visualisation	177
5.4	Vérification numérique	177
5.4.1	A l'aide de la solution analytique	177
5.4.2	A l'aide de résultats connus	178
5.5	Résultats	178
5.6	Discussion, conclusion, remarques	191
Conclusion		193
A	Réduction spatiale des données spatio-temporelles	199
A.1	Protocole	199
A.1.1	Réduction spatiale	200
A.1.2	Réduction à l'état Laminaire ou Turbulent	201
A.2	Discussion	203
B	Repérage spatial et spatio-temporel d'un état turbulent	205
B.1	Détection de contour des spots turbulents	205
B.1.1	Etapas du traitement	206
B.1.2	Résultats, commentaires	207
B.2	Détection du contour	209
B.3	Conclusion	211
C	Analyse de stabilité linéaire de CGL5	213
C.1	Ondes propagatives et stabilité linéaire	213
C.1.1	Solution du type onde propagatives	213
C.2	Méthode de Cross-Newell ou perturbation de la phase	219

Introduction

Malgré de nombreux progrès depuis plus d'un siècle tant au niveau théorique qu'expérimental, la transition vers la turbulence dans certains écoulements hydrodynamiques d'intérêt actuel, est loin d'être comprise complètement. Ceci tient essentiellement au fait que les outils les plus usuels restent basés sur des concepts linéaires ou faiblement non-linéaires. De fait, beaucoup de ces progrès ont été accomplis pour les instabilités où l'état de base devient instable vis à vis de perturbations infinitésimales. Lorsqu'on essaie d'identifier les différentes étapes dans les processus de la transition, la première distinction que l'on puisse faire concerne la nature de la bifurcation primaire. On peut ainsi distinguer deux classes de transitions, les transitions continues ou super-critiques et les transitions discontinues ou sous-critiques. Cette distinction est valable tant du point de vue hydrodynamique que de celui des systèmes dynamiques, domaines dans lesquels nous allons détailler la problématique ainsi que les études qui s'y réfèrent.

0.1 Contexte Hydrodynamique

Tout d'abord, nous nous placerons dans un contexte essentiellement hydrodynamique étant donné que tous les exemples que nous utiliserons y seront empruntés, mais aussi parce que l'étude que nous allons présenter se situe dans ce domaine. Toutefois, la différenciation en deux types de transitions ainsi que toutes leurs caractéristiques resteront valables dans le contexte de la théorie des systèmes dynamiques.

0.1.1 Deux types de transitions

Les transitions super-critiques sont des scénarios de transitions assez standards. Ils sont caractérisés par une croissance continue de la distance à l'état de base dans la direction d'un certain mode instable connu. Ensuite, un scé-

nario se développe pour lequel les outils classiques de l'analyse faiblement non-linéaire sont pertinents. Généralement on observe une augmentation progressive du désordre par des instabilités successives, et des routes vers le chaos bien connues menant vers la turbulence.

Les exemples les plus classiques d'apparition continues de branches stables concernent les cellules de Rayleigh-Bénard en convection thermique, et les vortex de Taylor dans l'écoulement de Taylor-Couette entre cylindres co-rotatifs, qui se déstabilisent peu à peu en passant par des rouleaux ondulés, puis ondulés et modulés... Dans ce cas les instabilités s'organisent en cascades où chaque étape peut-être traitée séparément et de façon similaire. Un des scénarios possibles est celui de Ruelle-Takens (1971).

Lorsque la bifurcation primaire est sous-critique, une situation complètement différente apparaît. Dans ce cas notre compréhension est beaucoup plus limitée et repose entièrement sur notre capacité à déterminer les branches de solutions qui se stabilisent à une distance finie de l'état de base. En effet il n'existe aucune instabilité linéaire de l'écoulement laminaire dans la gamme de nombre de Reynolds concernée, et donc pas d'apparition spontanée de l'état bifurqué. La possibilité de déstabilisation va dépendre de l'amplitude et du type de perturbation considérés; l'état excité ainsi obtenu sera complexe, généralement dépendant du temps, et surtout très différent de l'état de base. Les outils de l'analyse faiblement non-linéaire sont alors totalement inefficaces pour déterminer les nouvelles branches de solutions et ainsi caractériser la transition.

Dans ce contexte, les écoulements de Taylor-Couette, Couette plan et Poiseuille plan (voir Fig. 0.1), sont d'un intérêt certain puisqu'ils présentent des régimes où l'écoulement de base est instable vis à vis de perturbations d'amplitude finie, tout en restant linéairement stable. Poiseuille plan est un cas intermédiaire car il est linéairement instable à $R = 5772$. L'écoulement de Taylor-Couette est également un cas particulièrement intéressant parce que suivant les régimes il peut appartenir à l'une ou l'autre des deux familles de transitions présentées ci-dessus. Andereck, Liu et Swinney (1986) ont déterminé un diagramme de phase donnant les différents types de solutions en fonction des régimes de rotations des deux cylindres (des deux nombre de Reynolds basés sur la vitesse de chacun des cylindres). Le régime présentant une instabilité sous-critique se situe lorsque les cylindres tournent en sens inverse. Dans ce cas ils observent des rouleaux organisés en spirale, puis une spirale turbulente, avec également un régime d'intermittence.

Dans une étude expérimentale sur la transition vers la turbulence dans l'écoulement de Poiseuille plan, Carlson, Widnall et Peeters (1982) visualisent

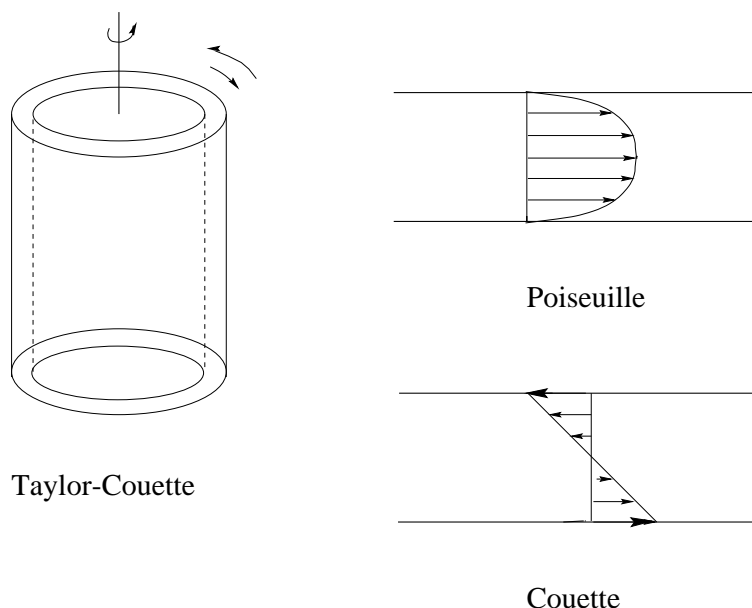


FIG. 0.1 - Trois écoulements “classiques” pouvant présenter des transitions sous-critiques vers la turbulence.

pour la première fois des solutions de type spot turbulent apparaissant spontanément ou par le biais de perturbations artificielles à $R = 1000$. Parmi toutes les caractéristiques qu’ils détaillent, on notera que ces spots turbulents sont entourés de structures cohérentes longitudinales. Le cas de l’écoulement de Couette sera justement le thème de notre étude.

0.1.2 Transition sous-critique

Puisque les outils théoriques classiques se révèlent inefficaces, l’étude expérimentale de la transition vers la turbulence dans le cas sous-critique prend un intérêt tout particulier. Cette étude passe par la recherche et la mise en évidence d’états non-linéaires non-triviaux que l’on nommera solutions d’amplitudes finies. Ces solutions sont très différentes de l’état de base et il faudra avoir recours à des astuces pour les capturer d’autant plus qu’elles peuvent être naturellement instables.

En fait, elles ne sont accessibles que par perturbation d’amplitude finie de l’écoulement de base, ou alors par une modification du problème vers un problème plus simple ou dont la solution est connue.

En fait, deux approches sont envisageables pour trouver ces solutions:

- Par exploration du portrait de phase dans l'espace des phases primitif: c'est un problème aux *conditions initiales*.
- Par modification locale du problème pour stabiliser des solutions puis passage à la limite: c'est une approche par *déformation continue*.

0.2 Contexte des systèmes dynamiques

Du point de vue des systèmes dynamiques, un système linéaire présente un état asymptotique unique, alors qu'un système non-linéaire peut en présenter plusieurs. L'analyse de ces systèmes tend à caractériser les différents états possibles, transitoires ou asymptotiques, ainsi que les conditions dans lesquelles on peut les observer. Ces systèmes peuvent également présenter des comportements chaotiques très complexes. On différencie les systèmes étendus des systèmes confinés où la dynamique est gouvernée par un petit nombre de modes. De fait, on distinguera le chaos temporel, caractéristique des systèmes confinés, du chaos spatio-temporel, prenant place dans des systèmes spatialement étendus.

0.2.1 Système confiné

Le terme *confiné*, généralement employé au sens de l'espace, signifie que l'on peut réduire la dynamique spatiale à celle de quelques modes qui vont alors gouverner le comportement. Pour les systèmes dynamiques présentant un petit nombre de degrés de liberté, on commence par rechercher les points fixes, puis on étudie le système linéarisé autour d'un de ces points —étude de stabilité linéaire—. C'est un concept local qui décrit la dynamique au voisinage d'un point dans l'espace des phases. Le chaos déterministe a été largement étudié ces dernières années dans les systèmes confinés, avec comme idée fondamentale celle de sensibilité aux conditions initiales, i.e. la sensibilité aux petites perturbations, entraînant la divergence de deux trajectoires initialisées dans un même voisinage (voir par exemple “l'ordre dans le chaos” de Bergé et al. (1988)). La notion de trajectoire étant ici étendue au sens de l'espace des phases et non plus au sens de l'espace physique.

Du point de vue global, ce type d'étude comprend également la recherche des différents seuils, puis la caractérisation des états bifurqués. On effectue une

perturbation pour déstabiliser l'état de base, et suivant l'évolution de l'énergie, on détermine un seuil de stabilité globale du paramètre de contrôle —ici noté r_g — (cf Joseph (1976)), en dessous duquel l'énergie contenue dans la perturbation initiale finit par décroître. Le seuil de stabilité linéaire est désigné, lorsqu'il existe, par la valeur r_c , et détermine l'apparition d'un nouvel état que l'on peut atteindre, en partant de l'état de base, par des perturbations infinitésimales. Lorsque $r_g = r_c$ la bifurcation est super-critique. Lorsque $r_g < r_c$ la bifurcation est globalement sous-critique, il faut des perturbations d'amplitude finie pour rejoindre l'état bifurqué entre ces deux valeurs du paramètre de contrôle. Pour une bifurcation sous-critique sans instabilité locale, r_c est repoussé à l'infini. Entre r_g et r_c , le système peut présenter des croissances transitoires de l'énergie.

L'étude de certains systèmes spatialement confinés mettra en œuvre une procédure par élimination adiabatique de certains modes “stables”, de sorte que la dynamique sera gouvernée par un tout petit nombre de modes “normaux”. La situation physique sera alors réduite à l'étude de l'évolution du système dans un espace formé des quelques modes temporels restants, et donc d'un système dynamique à faible nombre de degrés de liberté. La structure spatiale du système n'intervient plus ou peu dans la dynamique, elle est en quelque sorte gelée, le désordre est essentiellement temporel.

0.2.2 Système étendu

On vient de voir combien une approche globale est nécessaire pour décrire la stabilité des différents états d'un système. Malheureusement cette description est rarement accessible dans les systèmes à nombre infini de degrés de libertés. C'est généralement le cas des systèmes *étendus* en espace.

Lorsque le désordre spatio-temporel apparaît de manière progressive on peut continuer de décrire la transition avec les outils de la théorie des systèmes dynamiques; c'est le cas pour les systèmes présentant des transitions super-critiques. La figure 0.2 illustre les deux types de transitions, super-critique et sous-critique, ainsi qu'un scénario de transition au chaos spatio-temporel continue.

Pour les systèmes qui présentent des transitions sous-critiques vers la turbulence —i.e. ceux où l'état de base est linéairement stable, mais instable vis à vis de perturbations localisées d'amplitude finie— l'état désordonné apparaît de façon brutale et présente également un caractère metastable avec une coexistence des états laminaire et turbulent (i.e. désordonné à grand nombre de degrés de liberté) séparés par des fronts évoluant dans l'espace et le temps

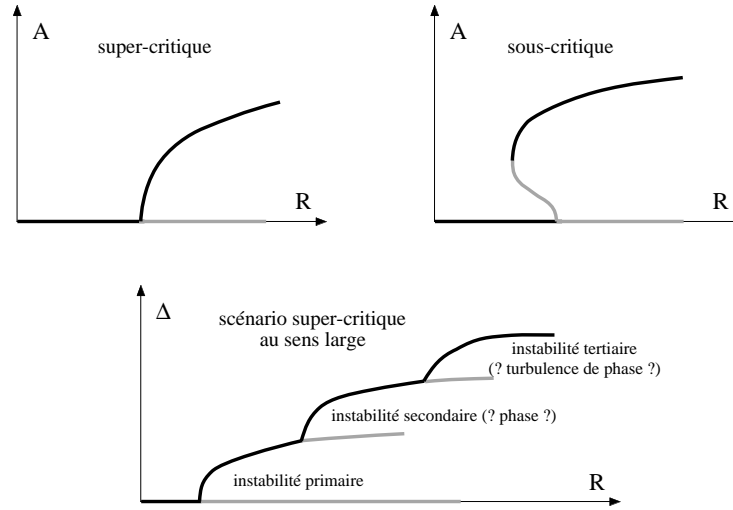


FIG. 0.2 - *Bifurcations super-critique (continue) et sous-critique (discontinue)*
 Dans le cas d'une bifurcation isolée, la distance à l'état de base est mesurée par l'amplitude A du mode bifurqué. En milieu étendu, la cascade conduisant à la turbulence de phase peut être vue comme un scénario super-critique au sens large.

comme l'a décrit Pomeau en 1986. C'est Kaneko (1985) qui étudie pour la première fois l'*intermittence spatio-temporelle*: “tout comportement où coexistent des régions laminaires et turbulentes séparées par des fronts bien définis et fluctuant dans l'espace et le temps”. Naturellement ses différents sens —strict ou large— ne se sont éclaircis que plus tard, en particulier grâce à Pomeau et au modèle minimal de Chaté et Manneville (1988) ainsi qu'aux expérimentateurs par leurs observations dans les systèmes physiques. Les différentes définitions de ce terme d'intermittence spatio-temporelle seront explicitées plus tard par Chaté et Manneville en 1994 dans “Turbulence: a tentative Dictionary”.

Dans son article de 1986, Pomeau émet également une conjecture, selon laquelle, dans certains cas, la transition vers la turbulence par intermittence spatio-temporelle serait équivalente à la transition de percolation dirigée. La percolation dirigée est un modèle d'automate cellulaire probabiliste possédant deux états possibles par site, discret en espace et en temps et une probabilité p de passer d'un état à l'autre; elle peut-être vue comme un processus dynamique où tous les sites ont une évolution synchrone. De plus, il existe une forte dissymétrie entre les deux états, procurant ainsi à la dynamique un caractère irréversible. L'un des états, associé à l'état laminaire sera appelé *absorbant* de

part son impossibilité à passer spontanément dans l'autre état, dit *actif*, associé à la turbulence. Le processus de propagation du désordre sera alors du type *contaminant*, c'est à dire par couplage aux voisins. On peut d'ores et déjà prévoir que la percolation dirigée contient une certaine genericité de par ses propriétés.

La conjecture de Pomeau, bien que très séduisante dans ce contexte, est très ambitieuse au sens où elle suggère des liens entre les phénomènes hydrodynamiques décrits par des équations déterministes continues et les transitions de phases de modèles probabilistes discrets.

Cette conjecture donnera lieu à de nombreuses études de Chaté et Manneville entre 1986 et 1989, rassemblées dans la thèse de Chaté, sur des systèmes possédant, au sens large, un état laminaire absorbant et un état turbulent se propageant par contamination. Ils caractérisent ainsi les propriétés statistiques de l'intermittence spatio-temporelle dans différents systèmes s'exprimant en termes de réseaux d'itérations couplés, et montrent que les exposants critiques n'appartiennent pas toujours à la classe d'universalité de la percolation dirigée.

Rousseau et Chaté (preprint) ont montré plus récemment que l'appartenance ou non à cette classe est liée à l'existence de structures propagatives, n'entrant pas dans le cadre d'une description probabiliste. Ceci est d'une grande importance pour les études hydrodynamiques où, comme on pourra le voir, l'on a très souvent un état laminaire et un état turbulent entouré de structures cohérentes se propageant à une vitesse finie.

Une autre approche pour caractériser les instabilités se développant dans les systèmes étendus est le formalisme d'enveloppe. Lorsqu'on s'intéresse au comportement macroscopique —par exemple d'un écoulement—, une seule enveloppe est suffisante en première approximation pour décrire les ondes résultantes du mécanisme d'instabilité primaire. Les équations d'enveloppe aux dérivées partielles seront une grande source de modélisation du chaos spatio-temporel, dont la plus fameuse est l'équation de Ginzburg-Landau, notamment générique des instabilités oscillantes, mais aussi d'instabilités stationnaires et propagatives.

Bergé (1987) observe expérimentalement dans une cellule de Rayleigh-Bénard à grand nombre de Prandtl, des comportements qui rappellent l'intermittence spatio-temporelle décrite numériquement par Chaté et Manneville (1987). Il insiste sur le fait que cette intermittence est reliée aux aspects spatiaux de la turbulence par opposition au chaos qui intervient dans des petites boîtes. Ciliberto et Bigazzi (1988) font la même constatation. C'est à partir de ce moment là que des expériences sur l'intermittence spatio-temporelle vont être entreprises. L'IST à une dimension d'espace est caractérisée expérimenta-

lement pour la première fois par Daviaud, Dubois et Bergé (1989) dans l'expérience de Rayleigh-Bénard puis par Daviaud, Bonetti et Dubois (1990), qui observent une intermittence spatio-temporelle dominée par les effets probabilistes. L'instabilité de l'imprimeur, étudiée par Rabaud, Michalland et Couder (1990) est quand à elle plutôt du type déterministe, avec des structures propagatives. Une revue des expériences en 1D présentant de l'IST est proposée par Daviaud (1994).

C'est en pensant à une expérience à la fois modèle et simple, possédant tous les ingrédients nécessaires à l'intermittence spatio-temporelle, que Bergé et Pomeau ont l'idée de monter l'expérience de Couette plan.

0.3 L'écoulement de Couette plan

L'écoulement de Couette plan représente un bon modèle pour l'étude des transitions sous-critiques vers la turbulence, car il est minimal (c'est l'écoulement cisailé le plus simple) et l'état laminaire est linéairement stable (Romanov, 1970), tout en pouvant se déstabiliser vers un état turbulent localisé si l'on applique des perturbations d'amplitudes finies (Tillmark et Alfredsson (1992) et Daviaud et al. (1992)).

Bien que simple du point de vue conceptuel, la réalisation expérimentale n'en reste pas moins délicate, le peu d'expériences en témoigne (6 à ce jour). Du côté théorique, l'analyse faiblement non-linéaire ne se révèle pas efficace, contrairement au cas de l'écoulement de Poiseuille plan, qui bien que globalement sous-critique présente un seuil de transition à $R_c = 5772,22$ où une bifurcation de Hopf apparaît. Orzag (1991) capture ainsi des solutions d'équilibres non-linéaires sous la forme d'ondes propagatives.

Ne pouvant pas s'appuyer sur les outils classiques d'analyse faiblement non-linéaire, Trefethen et al. (1993) et Reddy et Henningson (1993) proposent un nouveau mécanisme pour la transition sous-critique vers la turbulence. Ces auteurs s'appuient sur la croissance transitoire de l'énergie expliquée par la non-normalité de l'opérateur linéarisé autour de l'écoulement de base. Celle-ci serait responsable de l'amplification de certains modes dans les transitions sous-critiques. Waleffe (1995a) s'oppose vivement à cette vision. En effet, comme le montrent Dauchot et Manneville (1997) à l'aide d'un modèle simple, ce qui est à l'origine de la déstabilisation est plutôt la position de la condition initiale, par rapport à une éventuelle séparatrice, dans l'espace des phases. Ils rappellent également, dans cet article, combien il faut prendre garde aux conclusions extrapolées d'arguments "locaux" dérivant de la théorie de l'analyse de stabilité

linéaire, et ce, d'autant plus que la stabilité dans l'espace des paramètres ne peut-être déclarée qu'en connaissance des bassins d'attraction, ce qui est par essence une vue "globale".

Pour contourner ce problème, une des solutions consiste à rechercher les solutions qui peuvent exister dans un autre système ou une autre configuration et les ramener par déformation continue vers l'écoulement de Couette plan.

0.3.1 D'un point de vue numérique

D'un point de vue numérique nous allons voir que les méthodes employées peuvent se classer dans les deux catégories évoquées plus haut (cf. 0.1.2), c'est à dire:

- Simulation directe et perturbation instantanée.
- Approche par déformation continue.

L'approche par déformation continue est basée sur le calcul de solutions connues dans d'autres écoulements suivi d'un passage à la limite permettant de rejoindre l'écoulement de Couette plan. Une sous-classe d'étude, à l'approche plus expérimentale, sera la modification locale de l'écoulement et la recherche de solutions de cet écoulement modifié.

Problème aux valeurs initiales

Orzag et Kells sont les premiers en 1980, à regarder l'influence de perturbations d'amplitude finies 3D et 2D en simulation directe de l'équation de Navier-Stokes à 3 Dimensions. Cette étude est menée en parallèle pour l'écoulement de Poiseuille et de Couette plan. Pour l'écoulement de Couette, les perturbations 2D ne sont pas efficaces, alors que les perturbations d'amplitudes finies 3D le sont. Suivant l'amplitude de perturbation, on arrive à déstabiliser l'écoulement pour $R = 1000$, et cette turbulence pourrait être soutenue jusqu'à 500. Ce qui est au dessus des seuils déterminés par la suite tant au niveau expérimental que numérique.

D'importants travaux qui identifient et caractérisent l'état bifurqué vont être entrepris:

Ceux de Henningson, Johansson et Lundbladh (1989) pour l'écoulement de Poiseuille, et Breur (1989) pour les couches limites, se situent dans le cadre des

perturbations d'amplitudes finies. Les états obtenus en réponse sont des solutions localisées de type spot turbulent. Ils évoquent également une dépendance avec l'amplitude de la perturbation, sujet qui sera largement abordé dans les études qui suivront ainsi que dans cette thèse.

Lundbladh et Johansson (1991), sont les premiers à prédire l'existence de spots turbulents dans l'écoulement de Couette à bas R par simulation numérique directe. Ils trouvent des spots de forme ellipsoïdale et allongée longitudinalement, et les comparent à ceux observés dans la couche limite ou dans l'écoulement de Poiseuille. Il faut quand même noter qu'à cette époque aucune confirmation expérimentale n'était disponible. Ils prédisent également un seuil de turbulence soutenue à $R = 375$, lors de simulations à temps relativement courts ($t < 8s$) si l'on compare aux expériences actuelles dans une géométrie sans advection permettant des observations à temps longs (1h).

Un premier travail est entrepris sur la caractérisation d'une amplitude critique de perturbation:

Kreiss, Lundbladh et Johansson (1994) abordent le problème de mise en évidence d'une courbe minimum et maximum d'amplitude critique de perturbation pour R compris entre 500 et 1000 en R^{-1} et R^{-5} ; ils évoquent également les problèmes liés à la croissance transitoire de l'énergie.

C'est tout récemment qu'un état de transitoire chaotique est révélé et que sa durée de vie est étudiée:

Schmiegel et Eckhardt (1997) et Mersmann et Eckhardt (preprint) simulent l'écoulement de Couette soumis à des perturbations d'amplitudes variables. Pour la première fois, ils regardent l'évolution à des temps très longs. Dans le plan du nombre de Reynolds et de l'amplitude, ils représentent la durée de vie de la perturbation, et concluent que l'état turbulent appartient plutôt à un répulseur qu'à un attracteur. En effet, ils observent des temps de vie très longs et même très variables pour des valeurs très proches de l'amplitude à R constant par exemple (ou vice-versa). Cependant, deux remarques doivent être faites: La première concerne la taille de leur système qui est une boîte aux conditions de bords périodiques très petites $Lx = Lz = 2\pi$ (longitudinal et transverse). Il s'agit donc plus de chaos temporel prenant place dans un petit système, que de désordre dans un système étendu ce qui est le cas de l'écoulement de Couette. D'autre part, une analyse statistique aurait été plus judicieuse étant donné que la durée de vie de l'état turbulent en fonction de R

n'est pas une fonction, mais plutôt une distribution reflétant ainsi la sensibilité intrinsèque du système aux conditions initiales (cf. chapitre 4).

Déformation continue et passage à la limite de l'écoulement de Couette

Trois études utilisent la même démarche dans la recherche de solutions d'amplitudes finies, le point de départ étant la simulation de solutions dans un autre écoulement que celui de Couette plan, dont on connaît les caractéristiques, puis un passage à la limite continue.

Nagata en 1990, suit la branche de solution de vortex ondulés de Taylor qu'il a calculée dans l'écoulement de Taylor-Couette (Nagata (1986)), en se plaçant dans la limite de faible gap et faible taux de rotation, où la courbure des cylindres tend vers 0. Il obtient un état stationnaire d'amplitude finie tridimensionnel, qui apparaît à $R = 125$ par une bifurcation sous-critique. Ces solutions sont appelées solutions de Nagata et ce sont les premières solutions d'amplitudes finies ayant été identifiées dans l'écoulement de Couette plan. Ces états 3D stationnaires sont retrouvés lors d'une autre étude, toujours par Nagata (1996), de Couette plan modifié en présence d'un champ magnétique transverse. Lorsque $H = 0$, ces états 3D stationnaires apparaissent de façon abrupte à nouveau à $R = 125$.

La stabilité de ces solutions n'a jamais été étudiée par manque de capacité numérique. Cependant elles ont toutes les chances d'être instables puisqu'elles n'ont jamais été observées expérimentalement à des nombres de Reynolds aussi bas, ou alors dans des écoulements de Couette fortement modifiés comme nous le verrons au chapitre 2.

Clever et Busse (1992) étudient l'écoulement de Rayleigh-Bénard avec un cisaillement plan de type Couette. Des solutions connues de rouleaux longitudinaux bifurquent vers des états ondulés dans la direction de l'envergure, qui peuvent être étendus à l'écoulement de Couette plan dans la limite où le nombre de Rayleigh tend vers zéro. Ces états sont tridimensionnels et stationnaires, ils apparaissent à $R \simeq 145$ comme le montre le diagramme de bifurcation présenté par Busse et Clever (1996). Une analyse de stabilité de ces solutions (Clever et Busse (1997)) montre qu'une bifurcation sous-critique de ces solutions conduit à de nouvelles solutions 3D de rouleaux ondulés oscillants pouvant apparaître pour $R = 125$.

Les solutions obtenues par Busse et Clever et celles obtenues par Nagata, sont du même type, et peuvent être comparées pour certains points aux so-

lutions observées expérimentalement dans un premier temps par Dauchot et Daviaud (1995b), même si elles n'apparaissent pas du tout aux mêmes nombres de Reynolds.

Cherabili et Ehrenstein (1995) sont partis de solutions 2D de l'écoulement de Poiseuille à $R = 2200$ et étudient la déstabilisation secondaire. Ils obtiennent des solutions toujours bidimensionnelles sous forme d'ondes non-linéaires progressives finies. Lors du passage à la limite de l'écoulement de Couette plan, ces solutions deviennent des structures d'ondes solitaires stationnaires. Ils prouvent l'existence de ces solutions qui peuvent être continuées jusqu'à $R = 1500$. L'étude de la stabilité de ces solutions a été abordée par Cherabili et Ehrenstein (1997). Ils montrent que les perturbations les plus efficaces, près de la surface d'équilibre bidimensionnel, sont tridimensionnelles, comme c'est le cas dans les autres écoulement cisailés. Les solutions qui apparaissent sont alors tridimensionnelles, elles sont périodiques suivant l'envergure et localisées dans la direction de l'écoulement: point commun avec les expériences. Cet état, pouvant être assimilé à un point fixe instable d'amplitude finie dans la formulation des systèmes dynamiques du système de Navier-Stokes, existe jusqu'à $R = 1000$.

Ces solutions ont d'autres points communs avec les solutions observées expérimentalement, mais semblent appartenir à une classe différente étant donné les gammes de nombre de Reynolds où elles existent. Une comparaison détaillée sera effectuée au chapitre 2 après l'exposé de nouveaux résultats expérimentaux correspondant à l'étude de ces solutions

La dernière étude du point de vue de l'approche par déformation continue est une modification du profil de base:

C'est une approche plus voisine de celle employée pour la première fois expérimentalement par Dauchot et Daviaud, qui a été reprise d'un point de vue numérique par Barkley et Tuckerman (1998). Ces derniers étudient l'écoulement de Couette plan modifié par la présence d'un ruban placé au centre, infiniment fin dans la direction longitudinale, d'une largeur ρ dans la direction du gap, et d'une longueur d'envergure infinie. Ils font une étude non-linéaire de l'évolution 3D de l'écoulement. Ils observent une bifurcation primaire sous-critique donnant naissance à des rouleaux longitudinaux périodiques suivant l'envergure. Lorsque la taille de la perturbation tend vers zéro (limite de l'écoulement de Couette plan), la bifurcation devient sous-critique.

Une comparaison quantitative pourra cette fois être effectuée puisqu'ils se placent précisément aux nombres de Reynolds et aux tailles de perturbation

que nous utilisons dans l'étude expérimentale rapportée au chapitre 2.

Vasilescu et Manneville (1998) reprennent l'étude analytique du profil de Couette de base modifié par un fil en utilisant la méthode d'Oseen, et prévoient d'étendre leur résultat à la limite d'un fil très fin.

Outre l'intérêt de ces états en tant que solution de l'écoulement de Couette, il faut considérer leur rôle éventuel dans la transition vers la turbulence. Hamilton et Abernathy (1994) le qualifient d'essentiel lors d'une étude expérimentale où ils montrent que plutôt que l'aspect inflexionnel du profil, c'est la vorticité longitudinale qui conditionne la transition.

Rôle des structures cohérentes et mécanisme de déstabilisation

Hamilton, Kim et Waleffe (1995)  tudient par simulation directe la déstabilisation de l'écoulement de Couette plan dans une boîte de taille minimale pour que la turbulence puisse être soutenue. C'est un modèle qui étudie l'influence sur la dynamique des structures que l'on trouve en proche paroi des écoulements turbulents. Ils partent d'un écoulement pleinement développé et réduisent la taille du domaine. Un processus remarquable quasi-cyclique et spatialement organisé de régénération des structures est observé. Les structures sont appelées traînées, lorsqu'elles apparaissent dans le plan de l'envergure et de l'écoulement, parce qu'elles sont des lignes de vitesse rapide. Ce processus comprends trois phases: formation des traînées par les vortex longitudinaux, déstabilisation des traînées, régénération des rouleaux longitudinaux.

Ils en déduisent que l'espacement entre les traînées, λ , est déterminé par le processus de régénération auto-entret ne, définissant ainsi un nombre de Reynolds critique (relié à cet espacement).

Coughlin (1996) présente comme suite à ce travail une étude sur le mécanisme de formation des structures cohérentes (ici les vortex). Elle trouve qu'il est similaire à celui des instabilités centrifuges qui intervient pour les géométries incurvées. Cependant, pour les écoulements plans, l'instabilité passe de linéaire à d'amplitude finie.

Waleffe (1995b) propose un modèle conceptuel du mécanisme d'auto-entrainement de la turbulence dérivé des équations de Navier-Stokes. Il est basé sur le processus quasi-cyclique en trois phases, et contient tous les aspects locaux de l'écoulement de Couette plan. On retrouve l'aspect de croissance transitoire, avec un opérateur linéarisé autour de l'écoulement de base qui est non-normal. Son modèle simple à quatre équations illustre le mécanisme d'auto-entrainement et montre qu'il peut coexister avec l'état laminaire. Une étude de l'espace des phases de ce modèle est actuellement menée par Dauchot.

A grand nombre de Reynolds

Lee et Kim (1991) sont les premiers à faire des simulations directes de Couette plan en turbulence pleinement développée ($R = 6000$). Ils observent de très longues structures dans le sens de l'écoulement, de section à peu près circulaire et s'étendant dans tout le canal entre les plaques.

Bech, Tillmark, Alfredsson et Andersson (1995) étudient un peu plus l'aspect turbulence par opposition à celui de transition, et montrent par une étude numérique et expérimentale que la production d'énergie cinétique turbulente intervient seulement pour les fluctuations longitudinales.

Komminaho, Lundbladh et Johansson (1996) étudient les grandes structures présentes dans l'écoulement turbulent en simulation directe à $R = 750$ et concluent qu'une rotation suivant l'axe de l'envergure pourrait les éliminer.

Toutes ces études tendent plutôt à caractériser les régimes turbulents de l'écoulement de Couette, et sont assez loin de notre problématique. Cependant on peut quand même remarquer que les structures longitudinales sont relativement robustes et présentes sur une grande plage en R , tant dans les régimes laminaires que turbulents.

0.3.2 D'un point de vue expérimental

Expérimentalement l'approche par exploration du portrait de phase et modification locale de l'écoulement se traduit par différents types de perturbations localisées.

- Instantanée
- Permanente

Le comportement asymptotique à haut nombre de Reynolds se trouve dans une autre problématique que la nôtre, mais a également fait l'objet d'études expérimentales. Mais la première approche de la transition est tout simplement l'observation de la déstabilisation naturelle de l'écoulement, c'est à dire par le bruit intrinsèque.

Transition naturelle

Depuis les expériences pionnières de Reichardt (1956), peu d'études expérimentales sont venues —jusqu'à ces 6 dernières années— étoffer les résultats sur la transition vers la turbulence dans l'écoulement de Couette plan, essentiellement à cause des difficultés expérimentales.

La première expérience rapportée est donc celle de Reichardt (1956), avec un écoulement produit par deux courroies en mouvement. Dans cette étude il utilise de l'eau et de l'huile comme fluides, pour effectuer des mesures de profil de vitesse moyenne. Il observe un profil en forme de "S" caractéristique d'un profil moyen d'écoulement turbulent. Il cherche également à déterminer un nombre de Reynolds transitionnel pour lequel la turbulence est soutenue. Il parvient à une valeur de $R = 750$, la turbulence devant-être induite par le bruit extérieur.

Robertson et Johnson (1970) ont effectué des mesures dans l'air avec un appareillage comportant un seul plan animé de vitesse, et reportent des résultats concernant des mesures de vitesse moyenne et de turbulence comme des corrélations à deux points et des intensités turbulentes longitudinales.

Aydin et Leutheusser (1991), trouvent un nombre de Reynolds critique de 280 en introduisant des rugosités sur les bords, compatible avec celui trouvé par Leutheusser et Chu (1971).

C'est seulement récemment que des études expérimentales ont été reprises du point de vue transitionnel plutôt que turbulent.

Problème aux valeurs initiales

Cette manière d'aborder la recherche de solutions d'amplitudes finies pour l'écoulement de Couette, a sans doute été influencée par la vision de la théorie des systèmes dynamiques où il faut soumettre le système à des perturbations pour qu'il sorte de son état d'équilibre. Comme nous l'avons déjà souligné ces perturbations doivent être d'amplitude finie si nous voulons observer autre chose que l'écoulement de base pour le Couette plan.

Les premiers à revenir sur l'aspect transitionnel dans l'étude expérimentale sont Tillmark et Alfredsson (1992) en Suède et Daviaud, Hegseth et Bergé (1992) à Saclay. Tillmark et Alfredsson provoquent la transition vers la turbulence par des perturbations ponctuelles de grande amplitude et déterminent ainsi un seuil de turbulence soutenue $R_c = 360$. Ils retrouvent également cette valeur lorsqu'il utilisent comme condition initiale un écoulement turbulent à haut R et décroissent graduellement le nombre de Reynolds. Leur type de mesure est essentiellement ponctuel (Vélocimétrie Laser Doppler), même si leur courroie formant l'écoulement est transparente et permet les observations directes.

Daviaud et al. mettent l'accent sur la visualisation globale de l'écoulement et développent observations et imagerie comme techniques expérimentales. Ils déterminent également un seuil de turbulence soutenue en faisant quelques

mesures de temps de vie de spots turbulents artificiellement créés par un petit jet d'eau (injecté de façon transverse à l'écoulement et d'amplitude donnée). Ils concluent qu'au dessus de $R_c = 370$ les spots turbulents sont maintenus pendant des temps arbitrairement longs. Ils notent que l'amplitude de perturbation affecte la durée de vie des spots turbulents en dessous de R_c en l'augmentant significativement. Ils évoquent également la présence de structures propagatives en bordures de spots ainsi qu'un comportement qui rappelle l'intermittence spatio-temporelle.

De toutes ces expériences, numériques et expérimentales, provoquées ou naturelles, ressortent des résultats très dispersés sur le seuil d'apparition de la turbulence, avec $280 < R_c < 750$. Une tentative d'explication à ce sujet a été proposée par Dauchot et Daviaud (1994), en faisant varier l'amplitude du jet utilisé par Daviaud et al (1992). Dans cette étude, ils montrent l'existence d'une courbe d'amplitude critique de perturbation en fonction de R . Ils soulignent également que le seuil, R_c , est en fait la valeur minimale du Reynolds permettant de maintenir un état turbulent, pour toutes les familles de perturbations qui peuvent exister. Cette étude permet d'expliquer ces différentes déterminations du seuil constatées dans toutes les expériences de Couette plan tant numériques qu'expérimentales.

Peu de temps après, Darbyshire et Mullin (1995) font une étude similaire pour l'écoulement de Poiseuille plan. Leur approche est relativement complète, tant du point de vue de la diversité que de l'amplitude des perturbations, mais surtout en ce qui concerne la démarche statistique pour mesurer les valeurs seuils en amplitude de perturbation et en nombre de Reynolds.

Déformation continue de l'écoulement

La deuxième approche pour tenter d'identifier des solutions non-triviales dans l'écoulement de Couette passe par la déformation continue du profil et la recherche de solutions dans des configurations plus favorables à leur naissance ou stabilité. Une fois les solutions obtenues, un passage à la limite de l'écoulement non perturbé permet de prédire l'existence et/ou la stabilité des éventuelles solutions. Dauchot et Daviaud (1995b) utilisent un fil placé au centre de l'écoulement, dans le plan de vitesse nulle et parallèle à l'envergure. Ils stabilisent ainsi des solutions de paires de rouleaux longitudinaux contra-rotatifs localisés dans la direction de l'écoulement. Leur rôle est capital dans la transition vers la turbulence pour les écoulements cisailés, comme le souligne l'étude expérimentale de Hamilton et Abernathy (1994). Dauchot et Daviaud examinent le seuil d'apparition, noté R_0 , des rouleaux longitudinaux réguliè-

rement espacés le long de l'envergure, celui de leur déstabilisation, noté R_1 , ainsi que la variation de leur extension longitudinale.

Tillmark et Alfredson (1996), mettent l'écoulement de Couette en rotation sur une table tournante dans l'axe de l'envergure. Selon le sens de rotation, ils stabilisent à leur tour des rouleaux longitudinaux, mais sur toute la zone expérimentale. Ces solutions sont régulièrement espacées et remplissent le gap. Elles finissent par se déstabiliser en passant par un état sinueux lorsque l'on augmente la vitesse de rotation.

Régime asymptotique

Busse (1996), rappelle que l'on peut décrire les bornes de certaines quantités liées au transport de façon rigoureuse. Notamment les vecteurs vitesses extrémums ont des propriétés en commun avec le champ de vitesse turbulent. C'est le cas pour l'écoulement de Couette plan, à haut nombre de Reynolds, où les profils moyens turbulents tendent vers le profil asymptotique des vecteurs vitesses extrémums.

Robertson et Johnson (1979) s'intéressent à la structure de la turbulence dans l'écoulement de Couette plan, comme écoulement cisailé modèle, pour des R très élevés ([7000; 16000]).

Malerud et Måløy (1995) ont plutôt effectué à des études à haut Reynolds, mesurant des lois d'échelle pour la différence de vitesse moyenne entre deux points de l'écoulement turbulent. Ils mesurent également le nombre de Reynolds $R_c = 370$ pour lequel la turbulence apparaît soutenue pour la première fois.

0.4 Un problème ouvert

Le problème bien que très étudié ces dernières années, reste très ouvert. L'existence de l'état "rouleaux" comme solution de l'écoulement de Couette mérite des éclaircissements, notamment en ce qui concerne leurs caractéristiques lorsque le diamètre du fil tend vers zéro, mais aussi pour leur identification en bordure de spots. De plus le mécanisme de déstabilisation de cette solution n'a pas encore été étudié. Enfin la nature de la transition vers la turbulence reste encore inconnue et le comportement asymptotique de l'état bifurqué n'a pas été étudié.

En particulier, l'aspect "intermittence spatio-temporelle", soupçonné, n'a jamais été mis en évidence dans l'écoulement de Couette bien qu'il possède tous les ingrédients pour en présenter. On peut même dire que c'est un excellent

prototype pour l'étude de l'intermittence spatio-temporelle —c'est d'ailleurs pour cela qu'il avait été monté—, puisque c'est un écoulement simple, comprenant un seul paramètre de contrôle, avec un état laminaire absorbant et un état turbulent actif supposé se propager par contamination.

Une analyse statistique sérieuse reste à faire dans la continuité du travail de Daviaud et al. (1992) présentant des résultats initialement basés sur des séries limitées d'expériences.

Le chapitre 1 est consacré à une description du dispositif expérimental et des techniques utilisées.

Nous présentons l'étude sur l'existence de solutions d'amplitudes finies, au chapitre 2, à partir d'un écoulement modifié et dans la limite où la perturbation tend vers zéro. La déstabilisation de cette solution est complexe; nous décidons de nous ramener à un problème plus simple en confinant spatialement à quelques paires de rouleaux.

Le chapitre 3 présente le régime d'intermittence temporelle observée lors de la transition vers la turbulence de la solution de vortex longitudinaux.

Nous reprenons ensuite une étude sur la nature de la transition et sur l'état asymptotique bifurqué identifié comme de l'intermittence spatio-temporelle, que nous détaillons au chapitre 4. Nous examinons notamment un régime transitoire chaotique observé en dessous du seuil de turbulence. Nous montrons que la transition est discontinue et que l'étude expérimentale de la transition vers la turbulence doit être menée d'un point de vue statistique. Ces résultats sont appuyés par l'étude parallèle d'un modèle numérique simple de réseaux d'itérations couplées pour l'intermittence spatio-temporelle.

Le chapitre 5 rassemble les résultats d'une étude d'une équation de Ginzburg-Landau sous-critique, motivée par la recherche d'une modélisation phénoménologique concernant la localisation des spots turbulents observés en géométrie confinée dans notre écoulement.

Enfin, nous résumons l'ensemble des résultats obtenus et discuteront des perspectives qui s'ouvrent à l'issue de cette thèse.

Chapitre 1

L'expérience

Ce chapitre est dédié à une description de l'expérience. Dans un premier temps, nous présentons la conception mécanique de l'écoulement de Couette plan. Nous détaillons les moyens de perturbation utilisés: un fil, une perle, et un jet d'eau traversant l'écoulement de façon instantanée. Nous décrivons ensuite les méthodes de visualisation faites par le biais d'injection de paillettes ou colorant dans l'écoulement et éclairage par feuillet laser. Finalement nous expliquons les méthodes de mesure employées.

1.1 Dispositif expérimental

1.1.1 Description du montage

L'écoulement de Couette plan est un écoulement cisailé plan. On crée le cisaillement entre deux parois planes et parallèles, formées par une courroie sans fin, se déplaçant dans deux directions opposées. Nous définissons par x la direction de l'écoulement, par z celle de l'envergure, et enfin par y la direction perpendiculaire aux parois. L'ensemble de l'appareillage est immergé dans un aquarium rempli d'eau, le fluide employé tout au long des différentes expériences.

La figure 1.1 représente une vue de dessus des différents éléments mécaniques numérotés de 1 à 5. Deux gros cylindres en plexiglas dénommés "cylindres d'entrainements" (1), assurent la mise en mouvement de la courroie (3), celui de gauche étant relié à un moteur par une courroie crantée. La courroie formant les deux parois génératrices de l'écoulement est faite d'un film plastique transparent. Elle mesure 363 cm de long, 25,4 cm de large et 0,16 mm d'épaisseur, les bords sont soudés par ultrasons formant ainsi une sur-épaisseur

de seulement 0,02 mm le long de l'envergure. Quatre cylindres de guidages (2), toujours en plexiglas, ajustent et fixent l'écartement entre les courroies. Deux jeux de cylindres sont disponibles, et permettent ainsi de fixer cette distance —nommée par un anglicisme abusif le “gap” et notée $2h$ — à 7 ou 3,5 mm. Les intervalles entre les gros et les petits cylindres forment des convergents qui permettent à l'écoulement de s'établir en réduisant la turbulence en entrée. A moins de 0,5 mm à l'extérieur de la courroie se trouvent deux vitres (4), celle située entre l'écoulement et la caméra est transparente; l'autre est recouverte d'un film noir afin de permettre des visualisations avec un fond sombre et uniforme. Entre la vitre transparente et le bord de l'aquarium se trouve un contre-aquarium (5) en plexiglas isolé du reste de l'aquarium principal qui permet d'avoir une eau toujours propre, (i.e. sans colorant ni paillettes), entre l'écoulement et l'observateur.

La zone d'observation de l'écoulement s'étend sur 1 mètre dans la direction x et sur 25,4 cm en z (largeur de la courroie). Il faut enlever à cela la distance d'établissement du profil de Couette qui est de l'ordre de 10cm à $R \sim 300$ ($0,056.R.d$ pour Poiseuille cylindrique). En utilisant la largeur du gap entre les parois comme unité de longueur, le rapport d'aspect suivant l'envergure est $\Gamma_z = L_z/2h = \Gamma_0 = 36$ dans la configuration de base, c'est à dire un gap de 7mm, et une courroie de hauteur 25.4cm. Une variation du rapport d'aspect est obtenue en diminuant la largeur de la courroie, mais aussi en modifiant le gap (par le biais des cylindres de guidage comme expliqué plus haut). Le rapport d'aspect longitudinal habituel est donné par $\Gamma_x = L_x/2h = 142$. Le tableau 1.1 récapitule les différentes configurations ayant servi à changer les rapports d'aspect. La figure 1.2 représente une vue tridimensionnelle du montage, tel que nous l'observons depuis l'angle de prise de vue de la caméra.

On peut voir sur la photo 1.3 que l'aquarium est construit sur un marbre et qu'il repose par l'intermédiaire de quatre pieds —permettant de régler l'horizontalité— sur un autre marbre plus grand. Une première modification apportée au dispositif expérimental a consisté en la mise en place d'un banc Micro-contrôle encadrant l'aquarium, pour maintenir les différents appareillages de mesures et de perturbation tout en assurant un bon parallélisme. Un premier niveau affleure le haut de l'aquarium, et un second est installé à environ 1 m plus haut. Ce dernier permet notamment de fixer le dispositif du plan laser que nous détaillerons lors de la présentation des méthodes de visualisations (§1.2.1).

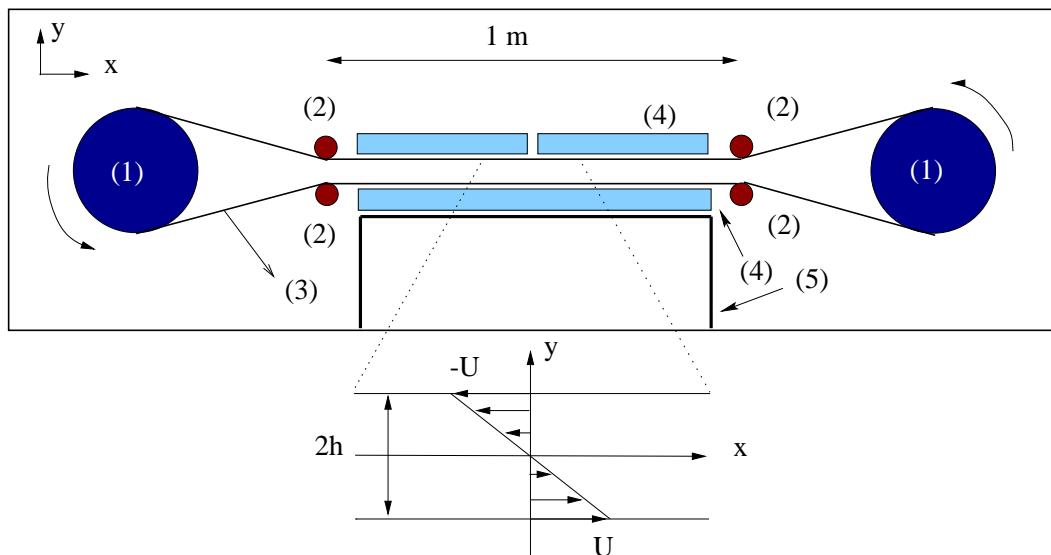


FIG. 1.1 - Vue de dessus et profil de vitesse.

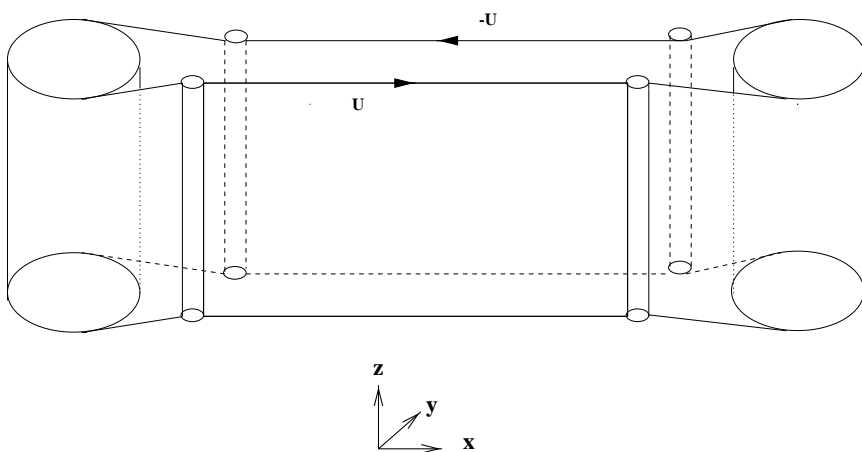


FIG. 1.2 - Vue en 3D de l'expérience, point de vue de l'expérimentateur.

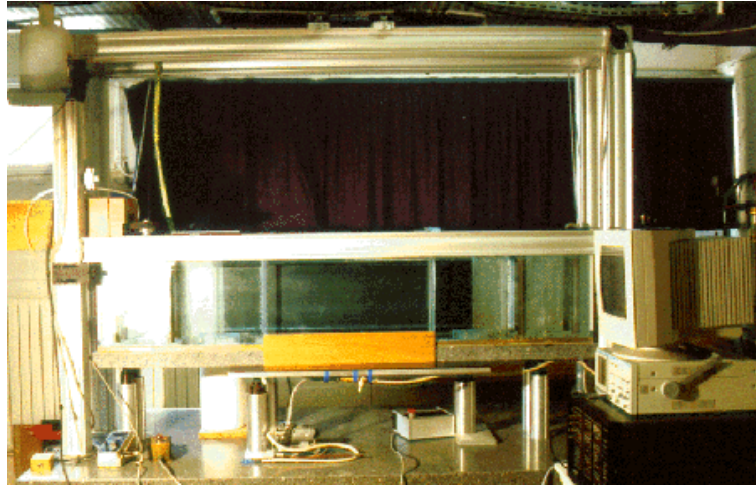


FIG. 1.3 - Photo de l'expérience prise de face, où l'on peut apercevoir l'aquarium contenant l'écoulement et les bancs "Micro-contrôle" qui l'entourent

$2h$ (mm)	L_z (mm)	Γ_x	Γ_z
7	127	142	18.1
7	254	142	36.3
3,5	254	286	72.6

TAB. 1.1 - Rapports d'aspects $\Gamma_x = L_x/2h$ and $\Gamma_z = L_z/2h$ utilisés lors des diverses expériences.

1.1.2 Mesure du nombre de Reynolds

Le nombre de Reynolds, R , seul paramètre de contrôle de l'écoulement, est défini par $R = Uh/\nu$ où U est la vitesse de l'une des parois, h le demi-gap et ν la viscosité du fluide. L'incertitude sur le nombre de Reynolds provient de l'erreur commise sur l'évaluation des trois termes qui le composent. La vitesse de la courroie, déterminée au chronomètre en mesurant le temps de parcours sur 10 tours, nous donne une erreur sur la vitesse inférieure à 0,5%. La viscosité est calculée d'après une courbe étalon en fonction de la température de l'eau que nous mesurons à 0,1° près, donnant ainsi une incertitude encore inférieure à 0,5%. La plus grande imprécision vient de la mesure du gap. Nous l'évaluons à l'aide de forets calibrés à 0,01 mm. que nous introduisons entre les parois mais seulement sur quelques centimètres depuis le haut de la courroie en direction du centre de l'écoulement. Cette méthode reste relativement précise dès lors que la courroie est bien tendue et que la distance entre les parois reste homogène dans tout l'écoulement. Dans ces conditions l'erreur est de l'ordre de 1,5%, mais que nous majorons à 2% pour les raisons évoquées plus haut. Il en résulte une erreur relative de l'ordre de 3% sur R . Des mesures du gap plus précises ont cependant été effectuées lors de l'utilisation de la vélocimétrie laser-doppler (§1.3.2). Cependant, lors d'une même série d'expérience, le gap ne variant pas, l'incertitude sur le nombre de Reynolds est essentiellement due à la vitesse de sorte qu'une variation de $\delta R = 1$ est significative, même à $R \simeq 300$.

1.1.3 Méthodes de perturbations

Comme nous l'avons signalé dans l'introduction, l'étude de la stabilité linéaire de notre écoulement de base implique l'utilisation de perturbations d'amplitude finie si l'on veut étudier la transition, rechercher d'autres solutions... Les différents types de perturbations employés dans cette étude sont au nombre de trois (instantanée et ponctuelle ou permanente et ponctuelle ou linéaire ponctuelle ou non).

Le jet

La première méthode de perturbation employée, historiquement par Daviaud et al. (1992), est une perturbation localisée en espace et instantanée en temps matérialisée par un jet d'eau injecté transversalement à l'écoulement (Fig. 1.4). En pratique, un tuyau de diamètre 5mm est relié depuis un réservoir d'eau —dont le niveau est surélevé de δh du niveau de l'eau de l'aquarium— à un embout (de diamètre 1mm) en plastique affleurant la vitre noire. Lors des

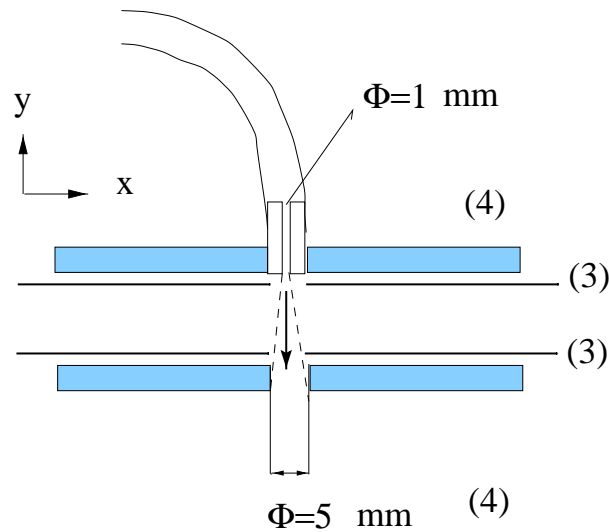


FIG. 1.4 - Schéma de l'écoulement, vue du haut, dans la configuration de perturbation par le jet de diamètre $\Phi = 1\text{ mm}$. Le jet est actionné lorsque les trous de la courroie (3) sont en coïncidence.

expériences réalisées par Daviaud et al. la courroie était percée d'un seul côté et le jet était totalement injecté dans l'écoulement. Un deuxième trou, opposé, est effectué par la suite par Dauchot et Daviaud, pour que la perturbation traverse l'écoulement. Ceci permet de caractériser l'amplitude de la perturbation A , par la vitesse du jet qui traverse l'écoulement. Lorsque les trous de la courroie sont en coïncidence avec ceux de la vitre, une électrovanne est actionnée. En première approximation (i.e. en négligeant les effets de pertes de charges), la vitesse du jet, notée A comme "amplitude de perturbation" est $A = \sqrt{2g\delta h}$. En prenant compte des pertes de charges cette relation reste linéaire en $\sqrt{\delta h}$, ce résultat a été vérifié expérimentalement par Dauchot au cours de sa thèse. En pratique, par souci de reproductibilité de la perturbation, le déclencheur est actionné un peu avant que les trous ne se croisent (lorsqu'ils sont à une distance de 20 cm des trous centraux présents dans les vitres).

Le fil

La perturbation par un fil de l'écoulement de Couette a été employée tout d'abord par Dauchot et Daviaud (1995b). Contrairement au jet, il s'agit d'une perturbation permanente. Le fil est disposé perpendiculairement au sens de l'écoulement, dans le plan de vitesse nulle. Il s'agit d'une perturbation loca-

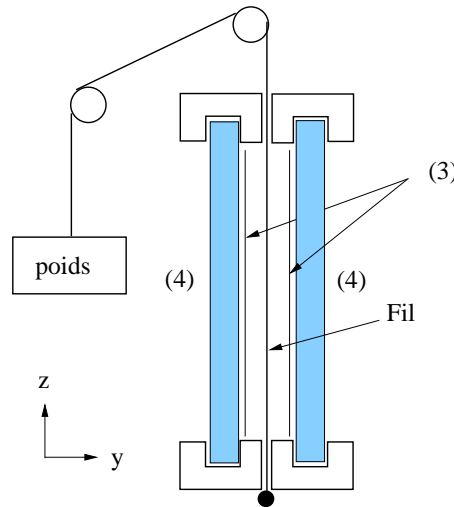


FIG. 1.5 - *Vue de coté, dans la configuration de perturbation par le fil. Celui-ci est maintenu dans le plan central de l'écoulement par des cavaliers en plexiglas (percés aux diamètres des fils utilisés) positionnés sur le haut et le bas des vitres (4).*

lisé en espace ($x = y = 0$) mais invariante suivant z . Elle agit comme une déformation locale et continue du profil de Couette sur toute la largeur. Mécaniquement, le fil de nylon (fil de pêche) est centré par des petits cavaliers en plexiglas (voir Fig. 1.5) positionnés sur le haut et le bas des vitres. Ces cavaliers sont percés au diamètre des fils utilisés afin de maintenir chaque fil le plus possible au centre de l'écoulement. Le fil est fixé par le cavalier du fond (de l'aquarium), et tendu à l'aide d'un poids et d'une poulie à la sortie du cavalier du haut. La verticalité est ajustée à la main et vérifiée par visualisation vidéo en superposant une ligne (du logiciel d'acquisition) avec l'image du fil.

La perle

Nous avons réalisé une perturbation permanente, localisée en x, y , en introduisant simplement un petit obstacle au sein de l'écoulement. Nous avons successivement employé un plomb et une perle maintenus sur un fil parallèle à la direction de l'écoulement (cette fois encore) tendu dans le plan central de vitesse nulle (cf. Fig. 1.6). Dans la pratique, le fil est passé dans les trous des injecteurs servant à introduire les paillettes, situés dans les convergents comme on peut le voir sur la Fig. 1.9, excepté que pour ce type d'expérience, les injecteurs sont centrés et non plus placés près des courroies amenant le fluide vers

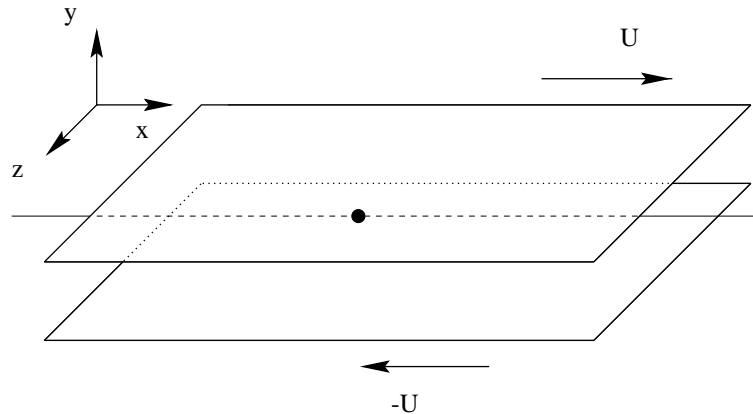


FIG. 1.6 - *Position de la perle maintenue par un fil tendu parallèlement à l'écoulement entre les parois.*

le centre.

1.1.4 Préparation de l'expérience

Nous allons maintenant décrire brièvement comment se déroule une campagne d'expériences, ou plutôt les différentes étapes que nous devons suivre avant une quelconque utilisation du dispositif expérimental. La première chose à faire, est de remplir l'aquarium un ou deux jours avant, pour que l'eau —dont l'arrivée est sous forme surpressée— ait le temps de dégazer. L'aquarium nécessite un nettoyage régulier, tous les 15 jours en hiver, et un peu plus souvent en été, en raison d'une putréfaction plus rapide de l'eau à cause de la température qui reste plus élevée malgré la climatisation étant donné la mauvaise isolation de la pièce. De manière générale, la température de la pièce, et donc celle de l'eau est comprise entre 18 et 20°. Un rinçage plus fréquent peut également être nécessaire lors d'une utilisation importante de paillettes ou de colorant pour certains types de visualisation. Tout se démonte et se nettoie dans cette expérience. Les manipulations de la courroie (changement, tension, ajustement de la hauteur), ainsi que la mise en place des vitres qui l'entourent, se font toujours lorsque l'aquarium est plein. Lorsque l'eau est propre et la courroie placée entre les cylindres, il s'agit de la tendre en fixant la position des cylindres de guidages (3) sur le marbre servant de fond à l'aquarium. Plus les petits cylindres sont reculés vers les gros cylindres d'entraînement (1), plus la courroie est tendue, ce qui détermine la régularité de l'écartement entre les parois. Il s'agit ensuite de fixer les vitres, et surtout de s'assurer que les trous

percés dans la courroie, ainsi que ceux des vitres sont bien en coïncidence. Il reste à aligner les quatre trous en ajustant la hauteur de la courroie. Cette dernière opération, qui semble simple au premier abord, se fait en inclinant le plateau qui sert de support au cylindre d'entraînement (celui qui n'est pas directement relié au moteur, c'est à dire celui de droite sur les figures). En effet ce cylindre est usiné de façon légèrement conique, permettant ainsi de jouer sur le mouvement selon (z) de la courroie (§1.3.4).

Lorsque le système est stabilisé —i.e. que la courroie est stabilisée à la bonne hauteur— les mesures habituelles peuvent commencer. Nous déterminons donc température, largeur du gap et vitesse de la courroie pour déterminer le nombre de Reynolds dès que le régime recherché est obtenu. Lorsque nous utilisons des systèmes de perturbation, leur installation se fait en dernier lieu, lorsque l'écoulement est opérationnel.

1.2 Méthodes de mesures

1.2.1 Mesures spatio-temporelles

La visualisation de l'écoulement nécessite un ensemencement en paillettes ou colorant ainsi qu'un éclairage, dans notre cas par un feuillet laser. Par le biais d'une caméra intégratrice, nous visualisons la plupart des expériences sur un moniteur et nous les enregistrons à l'aide d'un magnétoscope Hi8, ce qui permet plusieurs types de traitements a posteriori.

Visualisation Directe

Toutes les visualisations de l'écoulement sont effectuées à l'aide d'un feuillet laser. Le plan lumineux est créé à l'aide d'un laser Argon de 10W dont le faisceau de sortie est amené par fibre optique vers le haut du banc Micro-contrôle situé à environ 1 m de l'aquarium. Il est généré à l'aide d'un polygone scanner DANTEC, polygone miroir à 18 facettes capable de tourner à des fréquences très élevées (de 100 à 15000 tours par mn). Le faisceau en sortie de fibre est envoyé sur les miroirs en rotation, balayant ainsi un plan perpendiculairement à la direction de l'axe de rotation comme on peut le voir sur le schéma 1.7. Ce balayage possède une fréquence comprise entre 30 et 4500 Hz.

L'utilisation du polygone scanner pour créer une nappe laser a été motivée par le souci d'améliorer la qualité des images, et permettre l'automatisation de certains traitements. Il permet d'obtenir un plan laser parfaitement rectiligne sur 1 m ainsi qu'une intensité uniforme.

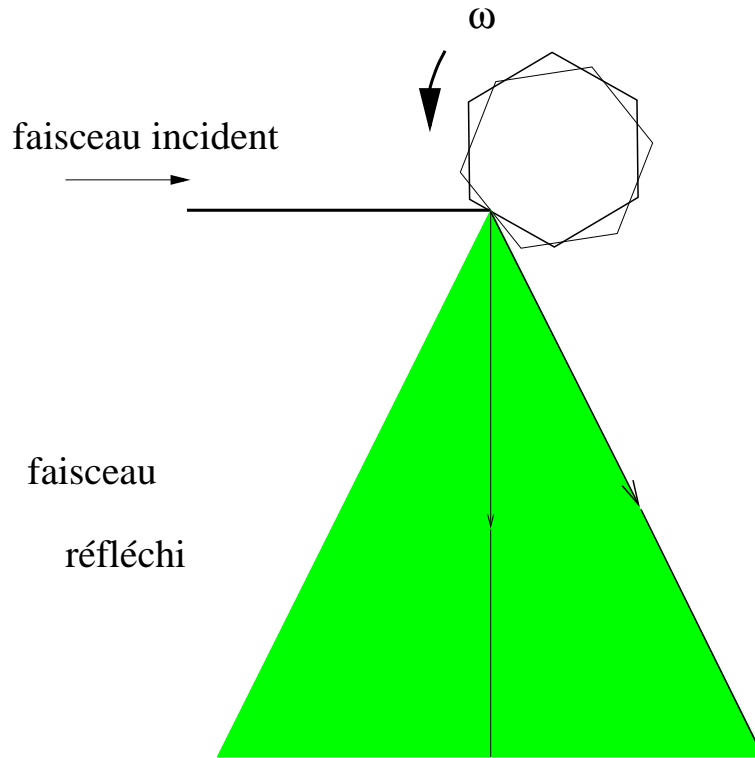


FIG. 1.7 - Balayage d'un plan laser par un polygone à 18 facettes (ici on a représenté un hexagone).

L'enjeu était de rendre uniforme l'intensité lumineuse sur tout le plan, ce qui n'était pas le cas principalement en raison des modes de la fibre optique multimode, qui apparaissaient visibles en différents endroits.

Ce polygone est fixé sur une barre en X par des platines Micro-contrôles pouvant se déplacer dans les directions x et y au dixième de mm, et portant elle-même une platine circulaire permettant une rotation d'axe z de 180° . Il nous est donc possible de positionner le plan lumineux précisément dans l'espace. Deux types d'orientation sont utilisées: la première, la plus fréquemment employée, est celle pour laquelle le plan laser est confondu avec le plan de vitesse nulle de l'écoulement [observations (x, z)], la seconde est celle où le plan laser est perpendiculaire à l'écoulement [observations (x, y)].

En (X, Z) :

Les observations dans le plan (x, z) nécessitent un ensemencement en par-

ticules pour distinguer les différents états, laminaire/turbulent que l'on peut observer au cours de la transition vers la turbulence dans l'écoulement Couette. Nous utilisons une solution diluée de "Merk Iridin 100 Silver Pearl" qui sont de fins palets de mica réfléchissants ($10\mu\text{m}$ par $40\mu\text{m}$ de côté et $0.1\mu\text{m}$ d'épaisseur) qui s'alignent en moyenne dans la direction des lignes de courant. Ces palets répondent particulièrement rapidement à toute variation locale du champ de vitesse dans l'écoulement, qui se traduit par un changement quasi-instantané de l'intensité lumineuse réfléchiée. Lorsque l'on ensemence l'écoulement avec de l'iriodin, la turbulence se manifeste par des fluctuations rapides de la lumière réfléchiée. Lorsque l'écoulement est laminaire ces fluctuations sont quasiment inexistantes. Les visualisations sont effectuées dans le plan $y = 0$ pour que la vitesse des particules soit nulle en moyenne. L'état laminaire apparaît ainsi comme un scintillement homogène, assimilable à du bruit. La solution de paillettes est introduite dans l'écoulement à l'aide de fins injecteurs placés dans les convergents le long de la largeur (fig. 1.9), et qui sont percés régulièrement pour que la solution se dissémine sur toute l'envergure L_z .

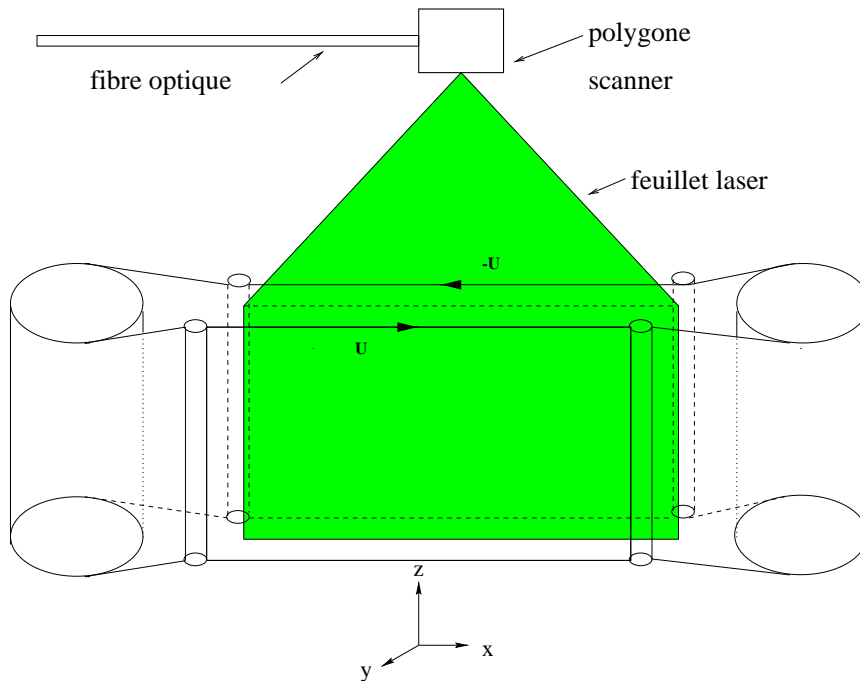


FIG. 1.8 - Plan laser éclairant un plan (x, z) .

D'autres particules ont été testées dans le but d'obtenir des images moins bruitées. De manière générale, elles se sont avérées souvent trop lourdes, se dé-

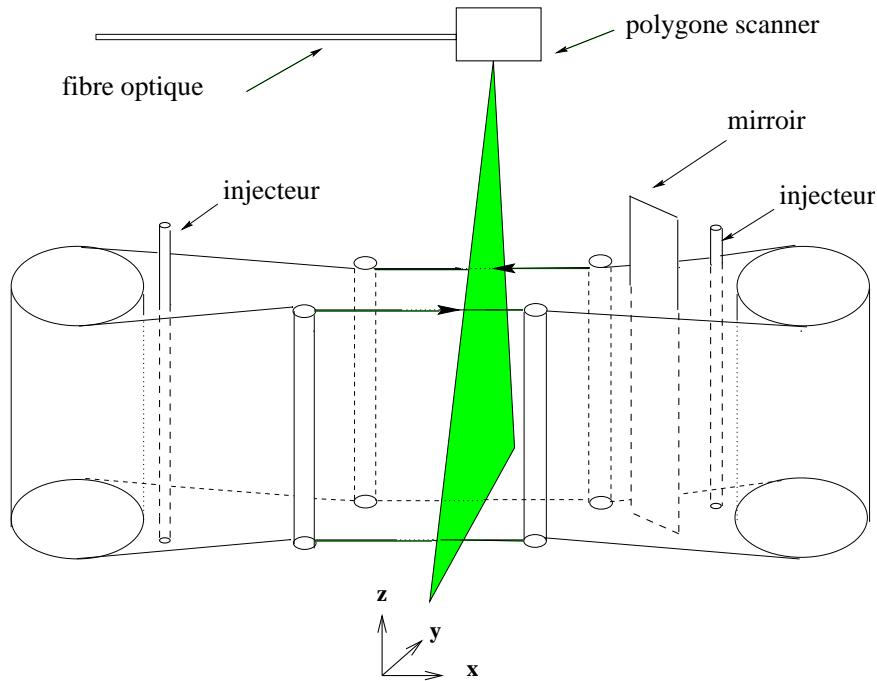


FIG. 1.9 - Position du miroir incliné de 45° , des injecteurs de colorant ou d'iriodin et du plan laser perpendiculaire à l'écoulement, lors des visualisations dans le plan (y, z) .

posant rapidement au fond de l'aquarium. Les colorants ne se sont pas révélés plus convaincants: les images n'étant pas très contrastées, elles ne permettent pas une bonne distinction de l'état dans lequel se trouve localement l'écoulement. De plus l'écoulement étant fermé, on arrive très rapidement à une saturation en colorant.

En (Y, Z) :

Pour obtenir des visualisation dans le plan (y, z) , perpendiculaire à l'écoulement, il suffit de tourner de 90° la platine Micro-contrôle sur laquelle est fixé le polygone scanner, et de placer un petit miroir à 45° par rapport à la direction (x) dans le convergent, comme le montre la figure 1.9. On peut ainsi voir dans le miroir l'image du plan (y, z) qui est inaccessible autrement à cause des divers éléments mécaniques.

Pour ce type de visualisation, nous avons utilisé du colorant d'imprimante rouge ou de la fluorescéine que nous injectons par des tubes plus fins que ceux

utilisés pour l'iriodin, ceci pour ne laisser passer qu'un mince filet de colorant. Un seul injecteur est en général utilisé pour prendre des photos (celui opposé au miroir), laissant l'espace entre le miroir et la zone d'observation, le plus limpide possible. Des injections des deux cotés sont néanmoins réalisées pour s'assurer des symétries ou dissymétries de nos observations. L'inconvénient de ces deux produits tient à la rapidité de la pollution de l'eau. En ce qui concerne la prise de photos, on constate très vite —pas plus d'une vingtaine d'essais— que l'image n'est plus assez contrastée. Pour les images vidéo on peut quand même distinguer les états pendant une journée, mais ensuite il faut changer l'eau, ce qui implique une journée de dégazage... Pour éviter ce problème de pollution, des tests avec indicateurs colorés ont été tentés, cependant la vitesse de diffusion des indicateurs est bien plus grande que celle de leur propagation. De plus, le contraste s'est révélé insuffisant; de sorte que la méthode a rapidement été abandonnée. Toujours dans cet ordre d'idée, et plus particulièrement lors des expériences avec le fil, nous avons tenté de visualiser le comportement des rouleaux à l'aide d'émission de micros bulles d'hydrogène pour l'écoulement. Pour réaliser une électrolyse de l'eau, le fil de nylon (perturbation §1.1.3) est remplacé par un fil de platine de diamètre 0.4 mm, relié à la borne moins d'un générateur, formant ainsi la cathode. Le rôle de l'anode est joué par l'un des injecteurs en inox. L'électrolyse de l'eau produit à la cathode des bulles d'hydrogène dont la taille est de l'ordre du diamètre du fil, et à l'anode des bulles d'oxygène beaucoup plus grosses [voir Petitjeans (1992)]. On notera que l'anode, située dans le convergent, est non intrusive, et que la cathode est créée par le dispositif de perturbation étudié lui-même. Avec ce diamètre de fil, les bulles s'avèrent trop grosses pour les vitesses d'écoulement étudiées, ce qui se traduit par un mouvement ascendant des bulles trop important pour qu'elles puissent servir à caractériser l'écoulement. Nous avons également utilisé un fil de diamètre 0.1 mm mais les structures que nous observons continuent de garder un mouvement ascendant alors que ce n'était pas le cas avec le colorant. L'utilisation d'un fil plus petit ne s'avère pas possible, car il est très délicat d'introduire et de fixer un fil métallique si fin sans le déformer ou créer des nœuds qui vont altérer la qualité de la perturbation. En définitive, les plus belles visualisations sont effectuées avec la fluorescéine, donnant le meilleur contraste pour les images. En contrepartie, cela implique un rinçage de l'aquarium plus fréquent.

Acquisition d'images

Nous avons vu que le plan laser obtenu est créé par balayage rapide du faisceau incident (§1.2.1). Par conséquent l'utilisation d'une caméra "classique" conduit à des problèmes de synchronisation. Le choix d'une caméra intégratrice devient alors indispensable. Les expériences sont enregistrées à partir de cette caméra *iMC800* à l'aide d'un magnétoscope Hi8 sur cassettes vidéo. Les acquisitions que nous effectuons sont essentiellement des séries d'images à une fréquence déterminée, ou des rangées de pixels en lignes ou colonnes fonction du temps créant ainsi des diagrammes spatio-temporels (DST), soit en direct de la caméra, soit à partir des enregistrements vidéo. Les données des premières séries d'expériences ont été acquises à l'aide d'une carte data translation *DT2851* possédant une entrée et une sortie vidéo, et d'un logiciel "maison" dénommé "GENERIX". Ce logiciel permettait l'acquisition de DST sur une ligne ou une colonne. Cependant la fréquence n'était pas synchronisée sur la caméra, mais sur l'horloge du PC. De plus le PC qui le pilotait n'avait que 12Mo de mémoire vive, limitant ainsi la taille (et donc la durée d'acquisition) de DST, les données n'étant écrites sur le disque qu'à la fin d'une acquisition.

Les expériences sur les états asymptotiques, plus exigeantes du point de vue de la fréquence d'acquisition et surtout de la mémoire requise, nous ont conduits à l'achat d'un nouveau système. La nouvelle carte est une ICPCI, possédant une entrée vidéo. Le nouveau logiciel d'acquisition, dénommé "NI-KITA" et développé sur place (sous visual C++) par Cécile Gasquet, est adapté à toutes nos exigences. L'amélioration apportée par ce nouveau logiciel —et du PC Pentium 166MHz avec 64 Mo de mémoire vive— réside tout d'abord dans le contrôle de la fréquence d'acquisition. En effet celle-ci est cette fois synchronisée avec celle de la caméra. Nous pouvons donc acquérir des DST à une fréquence multiple de $25/n$, avec n entier. Les DST (ligne, colonne, cercle) sont acquis en mémoire vive avant d'être écrits sur le disque dur, la limitation en fréquence étant alors celle de la caméra, c'est à dire 25 Hz. Nous pouvons également acquérir des images. Dans ce cas, les données sont écrites sur le disque, après chaque enregistrement d'une image complète et c'est le temps d'écriture qui limite la fréquence d'acquisition des séries d'images à 1 Hz. Une acquisition de plusieurs lignes ou colonnes simultanées a également été implémentée pour permettre un échantillonnage $2D$ (quadrillage) fonction du temps. Nous pouvons également enregistrer N paquets de N' images, lignes, ou colonnes à une fréquence f séparés d'une durée $T = 1/f'$. Sa mémoire, beaucoup plus importante, permet des acquisitions plus longues.

De façon très conviviale, le système permet la visualisation en direct des

images sur le PC, et donc le réglage de l'intensité lumineuse des enregistrements. Lors d'une acquisition, l'affichage à l'écran du PC est cependant suspendu pour libérer le bus PCI qui doit se consacrer exclusivement à la carte ICPCI.

Traitement

Les images ainsi acquises, DST ou séries d'images vidéo, sont traitées pour obtenir des résultats quantitatifs. Les principaux traitements portent sur le filtrage du bruit, une réduction état laminaire/état turbulent, l'évaluation d'une fraction turbulente spatiale ou temporelle, ou encore la détermination de distributions de temps de vie.

Pour les expériences avec la perle, nous cherchons à mesurer la durée de vie d'un état constitué de rouleaux. Le but de ce traitement est l'extraction d'un signal temporel à partir d'un diagramme spatio-temporel. Pour ce faire, un programme de reconnaissance de l'état rouleaux est développé en FORTRAN (voir annexe A). Il comprend une partie de filtrage du signal, puis une binarisation particulière pour la réduction en espace. Enfin, un dernier programme permet le repérage de la phase rouleaux sur le fichier temporel.

Pour les expériences en régime asymptotique, le traitement consiste essentiellement en une mesure de la fraction turbulente, i.e. la surface occupée par l'état turbulent divisée par la surface d'observation expérimentale totale. Ce travail a été effectué en collaboration avec Delphine Popot à l'aide d'un logiciel de traitement d'images sur PC (OPTIMAS), sous lequel a été développé un certain nombre de macros traitant à la fois des séries d'images et des DST. Ce traitement est détaillé en annexe B.

1.2.2 Profils de vitesses

Les mesures de vitesse sont effectuées à l'aide d'un vélocimètre laser-Doppler DANTEC, dont le principe repose sur le fait qu'un objet lumineux en mouvement diffuse une onde incidente de fréquence donnée à une fréquence décalée liée à sa vitesse.

L'appareillage comprend un laser Helium-Néon (de longueur d'onde 638 nm) dont le faisceau de sortie est divisé en deux faisceaux cohérents. Ces faisceaux se croisent avec un angle ϕ à la distance focale d'une lentille qui peut-être changée pour s'adapter à la géométrie à l'expérience. En ce point se forment des franges d'interférences (interfrange $\Lambda \simeq 2.10^{-6}\text{m}$) qui constituent

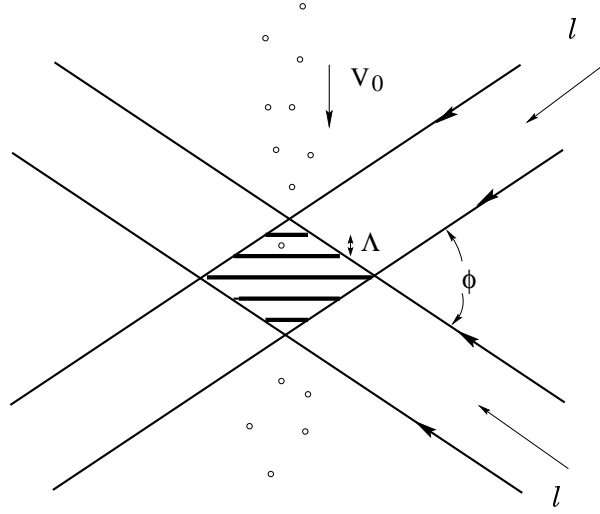


FIG. 1.10 - *Figure d'interférence des deux faisceaux lasers traversé par les particules introduites dans l'écoulement.*

le volume de mesure de la vitesse. L'interfrange est donné par:

$$\Lambda = \frac{\lambda_0}{2n \sin(\phi/2)}$$

ϕ est l'angle entre les faisceaux à l'intérieur du fluide, d'indice n , λ_0 la longueur d'onde du faisceau lumineux dans le vide.

Lorsque une particule traverse perpendiculairement les franges d'interférences à une vitesse V_0 , comme illustré sur la Fig. 1.10, on observe une fréquence de fluctuations de l'éclairement

$$f = \frac{2V_0}{\lambda_0} n \sin(\phi/2).$$

La fréquence de fluctuation émise par la particule est donc fonction de sa vitesse. f est le déplacement de fréquence qui serait observé si la particule émettait un rayonnement lumineux: on parle, par analogie, d'effet Doppler.

Un système de retard optique variable faisant défiler continûment les franges permet de détecter le sens de l'écoulement (le décalage de fréquence est lié à la vitesse des particules par rapport aux franges et, de ce fait, n'est pas le même pour deux particules dont les vitesses sont de signes opposés). Un photo-multiplicateur recueille la lumière émise par la particule traversant le volume d'interfranges afin de déterminer la vitesse. La fréquence est ensuite

reconstituée par un analyseur spectral de bouffée (BSA, pour Burst Spectral Analysis).

En pratique la sortie du laser He-Ne est assurée par une fibre optique après passage dans un interféromètre. L'appareil de sortie des faisceaux comporte une lentille convergente qui assure la focalisation des franges d'interférences (volume de mesure). On peut également utiliser un doubleur de focale pour changer la distance entre l'appareillage de sortie (la lentille) et le point où l'on effectue la mesure. Ce dernier est monté sur des platines Micro-contrôle télécommandées pour assurer le mouvement dans deux directions perpendiculaires, ici x et y , pour permettre la mesure de profils de vitesse. Le tout est piloté par le logiciel BURSTWARE (Dantec), qui effectue également le calcul des vitesses, écart-type, histogrammes, etc... qui peuvent être visualisés pendant l'acquisition, mais également transférés en fichier ASCII, lisibles par d'autres logiciels PC ou UNIX.

Ces mesures se sont avérées fiables, même pour les faibles vitesses (typiquement rencontrées près du plan central de vitesse nulle) avec une incertitude estimée à 5%. La calibration —concentration des particules d'ensemencement, paramétrisation de la chaîne électronique de détection— reste un point assez délicat étant donné le nombre des paramètres à ajuster. Les limitations de mesures de vitesse sont essentiellement rencontrées dans le plan central, où les vitesses sont très faibles. En effet les temps d'acquisition sont plus longs pour conserver une bonne précision, ce qui limite la détermination des fluctuations de vitesse aux abords du plan central dans les régimes turbulents. Nos mesures étant toutes effectuées en régimes stationnaire, aucune gêne n'est occasionnée.

1.3 Vérifications, Limitations

1.3.1 Écoulement de base

Le profil de vitesse de l'écoulement de Couette est déterminé en supposant que l'écoulement est unidirectionnel et stationnaire, donc gouverné par les équations de Navier-Stokes qui se résument à:

$$\eta \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} = \frac{\partial p}{\partial x} \quad \text{et} \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0$$

En l'absence de gradient de pression extérieur appliqué ($\partial p / \partial x = 0$), la première équation s'écrit simplement:

$$\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} = 0$$

ce qui s'intègre immédiatement pour donner:

$$v_x = -\frac{U_0 y}{h}$$

en supposant que les plans sont parfaitement parallèles et se déplacent à des vitesses opposées, U_0 et $-U_0$ dans la direction x , donnant ainsi les conditions de bords $v_x(y = -h) = U_0$ et $v_x(y = h) = -U_0$ (§1.1).

Le profil de l'écoulement de base, dit laminaire par la suite, est vérifié par vélocimétrie laser doppler (§1.2.2). La figure 1.11 représente la composante U_x de la vitesse en fonction de y . Ce profil est linéaire, ce qui permet de vérifier l'écoulement de base, et que aucun effet de rugosité des parois n'est décelable, i.e. aucune inflexion du profil n'est observée. Les figures 1.11 et 1.12 représentent le profil de vitesse $U_x(y)$ obtenu pour $R = 210$ et $R = 390$. Les points sont les données expérimentales, alors que les lignes (trait plein et tirets) représentent le profil linéaire connaissant U_0 . A $R = 210$ le profil est parfaitement linéaire, l'écoulement est donc celui attendu dans le régime laminaire, sans aucune manifestation de bruit extérieur. Par contre, à $R = 390$, le profil de vitesse mesuré n'est pas d'une linéarité parfaite. Sachant que à partir de $R = 360$ de la turbulence venant des bords pénètre dans la zone expérimentale, on peut supposer qu'elle modifie légèrement le profil à une dizaine de centimètres des bords, là même où la mesure était effectuée.

1.3.2 Mesure du gap

La mesure du gap reste la principale source d'erreur sur la détermination de R . Des tentatives d'amélioration de la précision de la mesure ont été faites à l'aide de diodes laser que l'on pointait sur l'une des courroies et que l'on déplaçait jusqu'à atteindre l'autre courroie. Cependant si la mesure du déplacement du faisceau laser, assurée par des platines Micro-contrôle, était suffisamment précise, la largeur du point de focalisation de la diode (typiquement de l'ordre du mm) en faisait perdre tout le bénéfice. Nous avons quand même vérifié la conservation du gap sur toute la largeur de la courroie en déplaçant le plan laser utilisé pour l'observation (§1.2.1), en le positionnant parallèlement à la courroie. La vérification du maintien du gap lorsque la courroie est en rotation est effectué à l'œil nu. De telles vérifications sont effectuées avant chaque série de manipulation, et entre chaque rinçage et remplissage de l'aquarium. Cependant lors de l'utilisation de la LDV, une mesure précise du gap a pu être faite, ne donnant une bonne précision absolue que pour la série d'expériences qui a suivi. Pour cela une mesure de U_0 nous permet la détermination précise de h

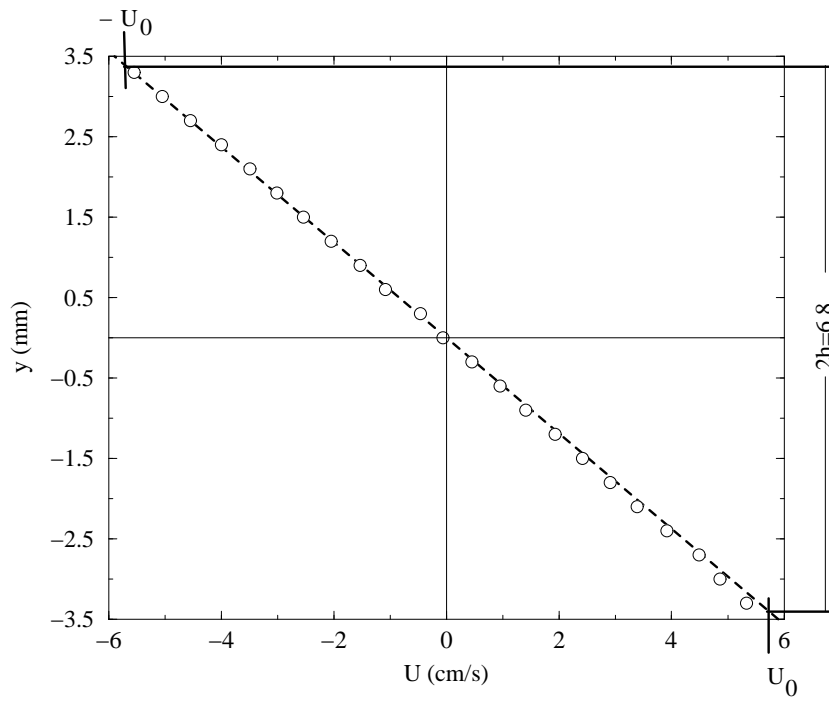


FIG. 1.11 - Profil de vitesse $U_x(y)$ pour $R = 210$ avec $U_0 = 5.73$ cm/s, donnant également la valeur du gap avec une bonne précision.

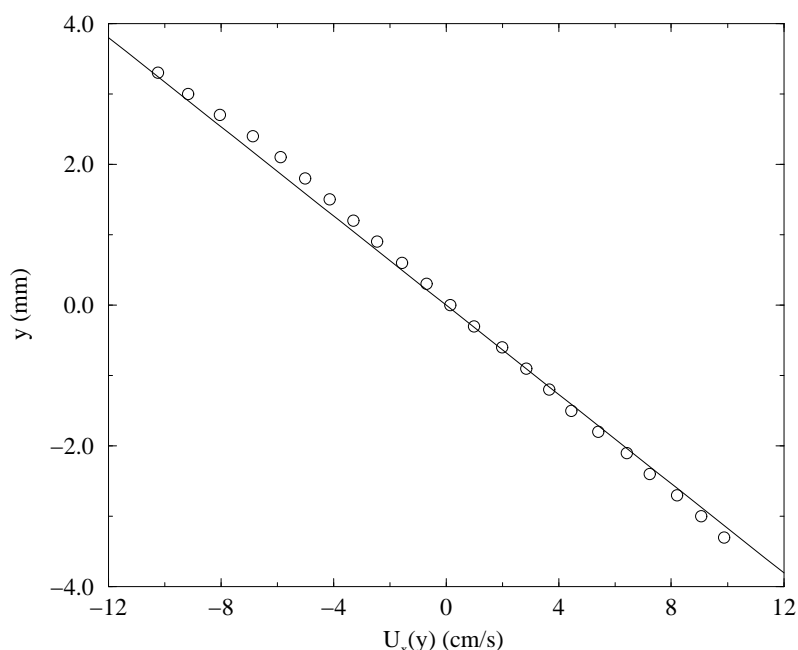


FIG. 1.12 - Profil de vitesse $U_x(y)$ pour $R = 390$ avec $U_0 = 10.72 \text{ cm/s}$

par une méthode géométrique simple esquissée sur la Fig. 1.11. Connaissant la vitesse des courroies U_0 , on utilise la linéarité du profil de Couette théorique que l'on ajuste avec le profil expérimental, les limites $y = \pm h$ sont atteintes lorsque la vitesse extrapolée vaut précisément $\pm U_0$, ce qui détermine la valeur du gap, $2h$, avec précision.

1.3.3 Protocole expérimental

Nous allons maintenant décrire brièvement comment se déroule une séquence d'investigation lorsque l'expérience est montée et prête à l'emploi. De manière générale deux types de procédures sont employées:

Nombre de Reynolds fixé

Nous nous plaçons au nombre de Reynolds R_0 que nous voulons étudier, et nous faisons des mesures en faisant varier l'amplitude de la perturbation. Pour les expériences avec le jet, nous faisons varier son amplitude (sa vitesse qui dépend de δh), et pour celles avec le fil, nous varions son diamètre ρ .

Amplitude de perturbation fixée

Nous nous plaçons à une amplitude de perturbation fixée, δh_0 ou ρ_0 , et nous faisons cette fois varier le nombre de Reynolds avec des pas plus petits lorsque nous nous approchons des valeurs à caractère de seuil. Nous répétons alors les mesures et/ou acquisitions plusieurs fois (taille, position, vitesse, durée de vie) pour obtenir une évaluation statistique.

1.3.4 Problèmes rencontrés

Lors de toutes ces expériences, divers problèmes techniques se sont bien évidemment présentés. Ceux-ci se résument essentiellement à l'influence du bruit, à la stabilisation de la courroie le long de sa largeur et à l'influence des variations de température.

Bruit

La figure 1.12 montre que lorsque R augmente, le profil s'éloigne légèrement du profil de Couette puisque de la turbulence venant des bords commence à apparaître et avance vers le centre de l'écoulement où est effectuée la mesure de vitesse. En effet à partir de $R = 340$, la turbulence commence à apparaître dans des régions limitées au voisinage des bords latéraux de la zone expérimentale, probablement due au bruit d'origine mécanique. Elle commence par former des zones turbulentes triangulaires attachées aux convergents (hors zone d'observation dans un premier temps). Cette zone turbulente augmente en taille et en intensité, pour entrer dans la zone expérimentale à partir de $R = 360$ [cf Dauchot (1995)], ce qui pose problème dès que l'on étudie le comportement à temps longs des spots turbulents, créés par le jet. En effets les poches turbulentes se déplacent dans la zone d'observation expérimentale et ont une probabilité finie d'approcher les bords où évolue la turbulence parasite. Dès lors, le spot turbulent se retrouve piégé près de cette turbulence entretenue par le bruit, et de manière générale n'en sort plus, donnant ainsi des événements inclassables lorsque nous caractérisons le devenir des spots. Cela pose de réels problèmes pour les mesures quantitatives de fraction turbulente, à partir de $R = 380$.

Pour les expériences effectuées en demi-gap, ces effets sont encore plus accentués du fait que pour se placer à un même R , les vitesses doivent être deux fois plus élevées. Le bruit provenant des bords apparaît beaucoup plus tôt dans la zone expérimentale ($R \simeq 330$), ce qui limite d'autant plus les études à R élevé.

Stabilité de la courroie

Un autre problème d'origine purement mécanique, déjà présent au tout début du montage du Couette plan à Saclay par Daviaud, Hegseth et Bergé, se pose quand on change la largeur du gap ou de la courroie: celui de la stabilité de la courroie dans la direction z . En effet pour éviter les dérives de la position de la courroie, un système de réglage a été mis au point pour la déplacer dans la direction z . Le cylindre de droite, usiné de façon légèrement conique, est monté sur une paroi de plexiglas que l'on peut incliner pour orienter l'axe du cylindre vers la droite ou la gauche, donnant ainsi une possibilité de compenser les dérives éventuelles de la courroie, mais aussi l'opportunité de régler la position de la courroie (ce qui est essentiel lors des expériences avec les jet, pour lesquelles les trous des vitres et de la courroie doivent être en coïncidence). Pour éviter les glissements constant et ne pas être obligé de compenser les mouvements latéraux de la courroie régulièrement, il s'est avéré nécessaire d'ajouter des petits joints toriques sur l'autre gros cylindre en plexiglas (côté moteur). Dans la configuration de rapport d'aspect habituel, ces éléments ont rendu la courroie tout à fait stable des heures durant, ne nécessitant plus une surveillance de chaque instant, ce qui a permis de faire des observations sur des temps aussi longs que l'on veut. Ces mêmes problèmes de stabilité de la courroie sont réapparus lorsque le rapport d'aspect a été changé. La seule amélioration envisageable serait d'usiner le cylindre de gauche en inox, et de mettre une enveloppe en caoutchouc sur toute sa hauteur pour éviter les dérives intempestives de la courroie.

Température

Une autre contrainte, d'origine thermique, est apparue lors des études longues et systématiques à R constant. La salle où se trouve l'expérience est extrêmement mal isolée, et les variations de température extérieure influencent la température de la pièce, malgré la climatisation. Sachant qu'une variation de 0.2° de l'eau augmente de $\delta R = 1$ la valeur de R , il faut assez souvent réajuster la vitesse pour travailler à R constant. Tout ceci ne fait qu'augmenter le temps d'expérimentation et l'incertitude sur les résultats qui ne sont pas toujours obtenus dans des conditions expérimentales rigoureusement identiques, alors que ce serait souhaitable.

Une autre conséquence de la mauvaise isolation de la salle, est de nous obliger à changer l'eau et à nettoyer l'aquarium une fois par semaine en été, alors que l'expérience n'est démontée et nettoyée que tous les 15 jours en hiver. Cela pose un peu plus qu'un problème de temps, mais est plutôt relié aux

remarques sur l'incertitude en R d'une campagne d'expériences à une autre (cf 1.1.2).

D'un manière générale le traitement d'image (cf annexe B) n'a pu être tout à fait automatisé, et ce à cause de la mauvaise qualité des images. C'est très certainement l'un des enjeux si l'on veut poursuivre des expériences basées sur l'imagerie.

Chapitre 2

Recherche de solutions d'amplitude finie dans l'écoulement de Couette plan modifié

2.1 Introduction

Comme il est rappelé au paragraphe 0.3.2, Dauchot et Daviaud (1995b) ont introduit un fil au centre de l'écoulement de Couette, et ont réussi à stabiliser des rouleaux contra-rotatifs autour de ce fil, périodiques suivant z et localisés en x . Leur extension longitudinale varie avec R , alors que leur section ne semble pas modifiée tant qu'ils sont stables. Ils notent que leur déstabilisation intervient via un processus super-critique.

Un des objectifs de cette étude concerne l'amélioration des visualisations dans le plan (y, z) pour essayer de caractériser plus précisément les structures apparaissant autour du fil, et également de chercher à identifier si les traînées qui apparaissent en bordure des poches turbulentes sont des solutions de même nature que celles de l'écoulement de Couette modifié.

L'autre objectif, sans doute plus primordial, est d'étudier la dépendance avec le diamètre du fil des caractéristiques des rouleaux longitudinaux ainsi que des seuils de formation et de déstabilisation de ces structures. Nous recherchons le passage à la limite de l'écoulement non perturbé avec un fil dont le diamètre tend vers zéro.

Nous formulerons ensuite quelques hypothèses sur l'existence de solutions d'amplitude finie, et sur la nature de la transition de l'écoulement non modifié

vers ces solutions et vers la turbulence.

2.2 Vortex longitudinaux contra-rotatifs

Cette partie correspond à un article qui a été soumis à *Phys. of Fluids* en décembre 1997. Il présente les résultats d'une étude concernant les structures longitudinales observées dans l'écoulement de Couette plan. Ce sont les vortex longitudinaux qui sont à l'origine de la formation de ces traînées; ces derniers sont clairement identifiés sur les bords des poches turbulentes naissantes, de même que lors des derniers instants de leur relaxation. Les mêmes structures apparaissent lors d'une bifurcation sous-critique pour un écoulement de Couette plan modifié par un fil très fin introduit le long de l'envergure dans le plan de vitesse nulle. Nous montrons que le profil de vitesse, mesuré par vélocimétrie laser-Doppler, approche continûment le profil de vitesse linéaire de l'écoulement non perturbé lorsque le diamètre du fil est diminué. D'autre part, les rouleaux longitudinaux sont pratiquement inchangés et les seuils de transition sont majorés par le seuil de stabilité globale sous lequel les spots turbulents relaxent spontanément. Ces résultats renforcent la conjecture d'existence de solutions non-linéaires non-triviales dans la limite de l'écoulement de Couette plan non modifié. Nous comparons ensuite nos résultats à des calculs numériques de stabilité d'un écoulement modifié de façon comparable et à des solutions d'amplitude finie obtenues numériquement avec diverses modifications d'amplitude variable.

Experimental evidence of streamwise vortices as finite amplitude solutions in transitional plane Couette flow

S. Bottin¹, O. Dauchot¹, F. Daviaud¹ and P. Manneville^{1,2}

¹ *Service de Physique l'État Condensé,
Centre d'Études de Saclay,
F-91191 Gif-sur-Yvette, France*

² *Laboratoire d'Hydrodynamique,
École Polytechnique,
F-91128 Palaiseau, France.*

Abstract

Elongated streamwise structures are considered as a key element of the transition to turbulence in various wall flows. In pure plane Couette flow (pCf), longitudinal streaks originating from pairs of streamwise counter-rotating vortices are clearly identified surrounding growing turbulent spots or at late stages of spot relaxation. The same structures bifurcate subcritically from a slightly modified Couette flow where a thin spanwise wire has been introduced in the zero-velocity plane. The basic flow profile, as measured by Laser Doppler Velocimetry, is shown to approach continuously the original linear velocity profile as the radius of the wire is decreased. On the other hand, the vortices remain almost unchanged and the bifurcation threshold remains bounded from above by the global stability threshold below which turbulent spots relax spontaneously. This supports the conjecture that a related nontrivial nonlinear solution exists in the pure pCf limit. These observations are compared to numerical stability calculations of the modified flow and to finite amplitude solutions to pCf problems with a different tunable modification.

2.2.1 Introduction

Our understanding of the transition to turbulence in flows of hydrodynamic interest has made important progress during the recent period. This is especially true for systems undergoing supercritical primary bifurcations. Supercriticality is characterized by the fact that the bifurcated state exists only above the linear stability threshold—the critical value of the control parameter, i.e. the Reynolds number R in the present context, beyond which the system is unstable to infinitesimal perturbations—and remains close to the basic state, yielding a continuous transition. This situation can be dealt with using tools of linear and weakly nonlinear stability theory. Rayleigh–Bénard convection is the prototype of supercritical systems. By contrast, regimes emerging from subcritical instabilities are usually much less accessible owing to stronger nonlinear effects. The transition is then discontinuous towards a bifurcated state at a finite distance from the basic state and coexisting with it below threshold. Plane Poiseuille flow is a good example of such systems. It is known to be linearly stable up to Reynolds number $R_l = 5772$ [1, 2] whereas the branch of two-dimensional nonlinear states emerging from the linearly most unstable modes exists down to $R_{nl} = 2935$ [3]. However, “turbulent spots,” i.e. fluctuating domains of turbulent flow scattered amidst laminar flow, have been observed down to about $R_c \approx 1000$ [4]. Moreover the nature of the perturbations inside the spots bears little connection with the two-dimensional nonlinear states. Plane Couette flow (pCf) is even more extreme since this flow is known to be linearly stable for all values of the Reynolds number [5, 2], which does not preclude a direct transition to turbulence at finite R [6].

For systems experiencing subcritical bifurcations, one must further distinguish the “natural transition,” the threshold of which depends on the noise level, from the “triggered transition” in response to some special perturbation. For natural transition in pCf, early experiments gave a threshold of order $R_c \sim 300$ [7], a more recent one yielding $R_c = 370 \pm 10$ [8]. In order to reduce the uncertainty related to the nature of the random fluctuations driving the transition and to investigate the transition more quantitatively, experimentalists have turned to studying the response of the flow to reproducible, well defined, finite amplitude perturbations. Destabilization of pCf by isolated, instantaneous, localized pulses was then reported for $R_c \approx 360$ in [9] while other observations in a slightly different experimental configuration gave a somewhat larger value $R_c \approx 370$ [10]. In both cases destabilization led to turbulent spots similar to (but also different from) those previously observed in other shear flows (Poiseuille [4], boundary layer [11]). On the other hand, direct nu-

merical simulations also exhibited sustained turbulent spots for $R > 375$ [12]. The origin of the discrepancies between these threshold values was hinted at in [13] where a critical amplitude of perturbation $A_c(R)$ was shown to exist. This critical amplitude was seen to diverge, or at least to increase sharply, when R was decreased down to $R_{nl} \simeq 325$, the obtained value being consistent with the numerical observation that turbulent pCf cannot be maintained below $R \sim 330$ [14]. This issue was further discussed in by two of us [15]. In a recent series of experiments [16, 17] the value $R_{nl} \simeq 325$ was confirmed as a lower stability limit for the turbulent flow by quenching it down from sufficiently large Reynolds numbers.

Supercritical and subcritical transitions are concepts introduced in classical bifurcation analysis, which appeals for a phase-space approach to the problem in the framework of dynamical systems theory. In this context, understanding a given situation (given control parameters) comes to determining the phase portrait of the system, i.e. the partition of the phase space into basins of attractions associated with the different experimentally observable regimes. Theoretically, it would be desirable to determine directly the different solutions and their stability properties but, except in the simplest cases [15], this is not possible and one must turn to a more empirical approach by letting the system evolve from a large set of initial conditions. In this sense, detecting the transition by triggering spots can be understood as an *initial value problem*. The result of this study would be a global stability threshold $R_g = \inf R_{nl}$, i.e. the value of the control parameter below which all possible perturbations decay and the flow returns to its basic state asymptotically in time [18]. Another critical value can be analytically determined from the energy method: the threshold for monotonic relaxation R_m below which the kinetic energy contained in any perturbation decays *initially*. For pCf one has $R_m = 20.7$ [18], which explains that triggered spots can grow for a while but eventually decay for $R_m < R < R_g$.

Experiments mentioned above suggest $R_g \simeq 325$ for pCf, which is therefore a prototype of *globally subcritical* hydrodynamical systems. The notion of global subcriticality ($R_g < R_l$) was introduced in [15] in order to clearly distinguish between local weakly nonlinear properties close to the basic state—as given typically by the sign of the first Landau coefficient in an amplitude expansion—and properties for which a global knowledge of the phase space is required, i.e. coexistence of (possibly complicated) attractors each with its own nontrivial basin of attraction. In the latter perspective, the fully nonlinear problem requires a determination of nontrivial solutions, i.e. different from the basic state. The direct search being somewhat uncertain, an indirect approach

has been followed by considering a modified system with known solutions and deforming it progressively to recover the original problem. Several numerical studies have tried to capture equilibrium states in pCf by following this *continuous deformation approach*. In this vein, a first possibility was explored by Nagata who considered the circular Couette system between narrow-gap co-rotating cylinders in the limit of zero average rotation rate, isolating steady solutions in the form of modulated rolls oriented along the flow [19]. Similarly, Clever and Busse investigated a combination of Rayleigh–Bénard convection and simple shear and revealed the existence of subcritical three-dimensional states below the convection threshold, that persisted down to the limit of the pure pCf [20, 21]. Both solutions were shown to exist down to $R \sim 125$, a value much lower than the experimental estimate of R_g obtained by the triggering method. This suggests the following alternative: either they have a rather small attraction basin that is difficult to reach from the initial conditions achieved in the experiment, or else (and more probably) they are in fact saddles that are found in the numerics by some limiting process that tracks them along their stable manifold. A different class of solutions was obtained by Cherhabili and Ehrenstein who considered the plane Couette–Poiseuille flow obtained by adding a longitudinal pressure gradient to the basic pCf configuration. Starting from the saturated two-dimensional traveling waves of the classical Poiseuille flow [3], at the pure pCf limit they obtained nonlinear states in the form of spatially localized two-dimensional stationary states [22]. These solutions were later shown to be unstable against transverse perturbations saturating in three-dimensional localized solutions with smaller structure and at much higher Reynolds numbers $R \sim 1000$ [23], hence possibly less relevant to the structure of the phase space at transitional values of the Reynolds number (~ 300).

Longitudinal roll patterns obtained by the continuous deformation method are good candidates as ingredients of the cyclic process that has been observed in numerical simulations of turbulent pCf: formation of streamwise vortices turning into streaks, breakdown of the streaks into turbulence, and subsequent regeneration of the vortices after damping of the small scale motions [14, 24, 25]. While this scenario has been illustrated by Waleffe using a model in terms of low dimensional dynamical systems [26, 27] and the mechanism destabilizing the streaks is now better understood [28], there is still little direct evidence of such unstable equilibrium states. Their trace can be found in several experiments. As a matter of fact, streaky structures have been observed surrounding turbulent spots [10], and further characterized by velocity measurements [29]. Streamwise turbulent structures periodically organized in the spanwise direc-

tion have been shown to exist both in laboratory experiments [30] and in numerical simulations at $R = 750$ [31]. Finally, in the spirit of the continuous deformation approach, Dauchot and Daviaud showed that the introduction of a thin wire in the central plane, slightly modifying the basic velocity profile could stabilize streamwise counter-rotating vortices localized on both sides of the wire [32].

The present study first shows how the initial value problem can give some insight into the nature of the nontrivial solutions playing a role in the transition process. It then focuses more on the continuous deformation approach which, while furnishing supplementary proof of their existence, allows a fully quantitative access to them. The experimental set-up is described in section 2.2.2. Section 2.2.3 first illustrates the occurrence of streaks during the decay of a fully turbulent state, and then those appearing upon destabilization of the flow by localized pulses, on the border of sustained spots. Section 2.2.4 concentrates on the continuous deformation approach and studies the vortices stabilized by the presence of the thin spanwise wire [32]. A quantitative study of the modified basic flow, tentatively compared to available analytical results [33], shows that the deformation vanishes as the ratio of the wire's diameter to the channel's gap decreases to zero, while the flow nevertheless bifurcates towards the streamwise-streak state. Section 2.2.5 is devoted to a discussion of our results. Comparison is made with recent stability results [34] and with equilibrium states obtained numerically [19, 20, 21, 22, 23], ending with some conclusions about the role of streamwise vortices in transitional pCf.

2.2.2 Experimental facilities

The pCf apparatus is sketched in figure 2.1a [10]: an endless transparent plastic band, the belt, is driven by two large rotating cylinders and guided by two pairs of rollers. The entire apparatus is placed in a tank filled with water, our working fluid. A gap of width d is thus achieved between two “walls” moving in opposite directions and creating a shear flow without mean advection in the fluid, Fig. 2.1b. The streamwise direction, the normal to the walls and the spanwise direction are called x , y and z , respectively. The test section has a length $L_x \simeq 1$ m. Two different belts with width $L_z = 127$ and 254 mm can be used and the guiding rollers can be adjusted to achieve two gaps, $d = 7$ and 3.5 mm. Table 2.1 recapitulates the values of the aspect ratios Γ_x/d and Γ_z/d that have been used.

The Reynolds number is defined as usual by $R = Uh/\nu$ where U is the speed of either wall, $h = d/2$ is the half-gap, and ν is the kinematic viscosity

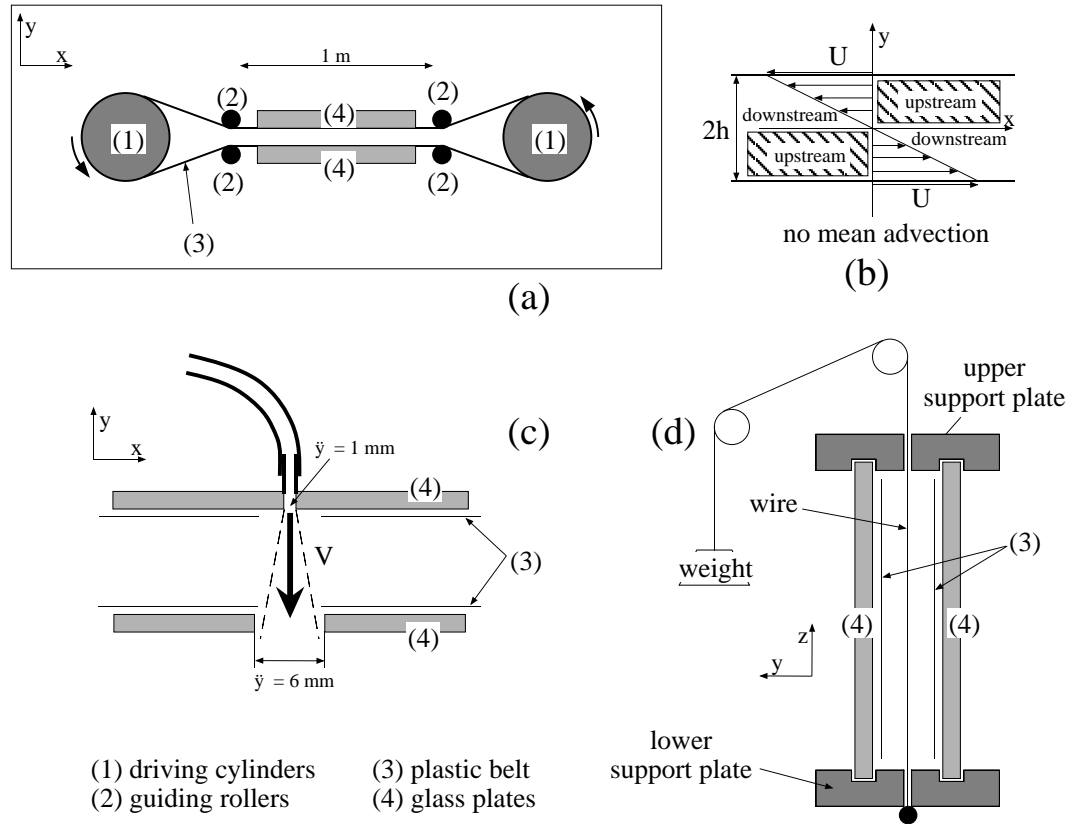


FIG. 2.1 - (a) General view of the plane Couette flow set-up. (b) Definition of the shear parameters. (c) Transverse jet creating the impulse perturbation. (d) Couette flow modified by the wire.

$d = 2h$ (mm)	L_z (mm)	Γ_x	Γ_z
7	127	142	18.1
7	254	142	36.3
3.5	127	286	36.3
3.5	254	286	72.6

TAB. 2.1 - Experimental aspect ratios $\Gamma_x = L_x/d$ and $\Gamma_z = L_z/d$.

of the fluid. U is measured permanently using a non-perturbative optical device with a relative accuracy of $\sim 0.5\%$. The gap is determined within 0.1 mm with the help of a laser beam focusing device, which makes a relative accuracy of 1.5% or 3% depending on the case. Finally the temperature is controlled within 0.2 K, which induces viscosity variations of less than 5×10^{-8} Stokes, i.e. of order less than 0.5%. The accuracy on R is thus at best 2.5% and at worst 4%.

Flow visualization and measurements take advantage of the transparency of the belts. A laser sheet produced by a 10W Argon ion laser is used to illuminate the flow, with a CCD camera facing it. The laser sheet can have any orientation, its position being determined within 1 mm. Laminar and turbulent regions can be revealed by seeding the flow with a dilute solution of Merck Iriodin 100 Silver Pearl. This suspension of thin and flat micron-size reflective mica platelets is particularly effective in enhancing the light fluctuations produced by the flow irregularities [10]. This suspension is used for all (x, z) visualizations. A yellow dye can also be introduced at the entrance of the channel, close to the belt, and further advected by the flow down to the center of the experimental domain. This dye is used when observing the vortices in (y, z) planes. Images captured by the camera are recorded on a Laser Video Recorder (LVR) after analog-digital conversion, which allows an image-by-image processing of the movie.

A back scattering Laser Doppler Velocimetry (LDV) system is used to measure the streamwise velocity U_x . The size of the measurement region is of order 0.075 mm in the x and y direction, so that U_x is averaged over 1–2% of the gap. The electronic device controlling the displacement of the probe region has a spatial resolution of order 0.1 mm. The velocity profile $U_x(y)$ and the root-mean-square velocity fluctuation U_x^{rms} are given by a DANTEC burst spectrum analyzer processing the measurement time-series. Laminar profiles are determined within an accuracy U_x^{rms}/U_x of order 3%.

The two complementary approaches mentioned in section 2.2.1 the initial value problem and the continuous deformation method, have been implemented experimentally. In the first approach, triggering of turbulent spots was obtained by means of a brief jet transverse to the pCf, Fig. 2.1c. The injection was controlled by an electro-valve and the intensity of the initial perturbation defined as $A = v/U$, where v is the mean-velocity of the jet. In the continuous deformation approach, the modified Couette flow was achieved by introducing a thin circular wire of diameter 2ρ parallel to the spanwise direction in the middle of the cell, i.e. $x = z = 0$, Fig. 2.1d. Our observations were checked to be independent of the length and the tension of the wire (no detectable effect of the wire's vibrations). The amplitude of the perturbation was set by the ratio of the wire's diameter to the gap $d = 2h$. Table 2.2 gives the values of

ρ/h used in the experiment.

ρ (mm)	0.0125	0.0125	0.032	0.05	0.032	0.05	0.15
h (mm)	3.50	1.75	3.50	3.50	1.75	1.75	3.50
ρ/h	0.0036	0.0071	0.0091	0.0143	0.0182	0.0286	0.0429

ρ (mm)	0.20	0.25	0.15	0.30	0.20	0.25	0.30
h (mm)	3.50	3.50	1.75	3.50	1.75	1.75	1.75
ρ/h	0.0571	0.0714	0.0857	0.0857	0.1143	0.1428	0.1714

TAB. 2.2 - *Values of ρ/h used in the modified Couette flow experiment.*

2.2.3 The initial value problem

In this section we consider the evolution of the flow from different initial conditions.

In a first experiment, the flow is prepared in a sustained turbulent state at large R , typically $R > 500$, and allowed to further evolve as the driving is suddenly decreased to a value less than $R_g = 325$, so that turbulence must decay. Figure 2.2 displays successive steps separated by 5 sec of the flow's relaxation down to $R = 0$ (a) and 250 (b). A strong difference between the two cases is clearly visible. In case (a) the relaxation process is essentially isotropic in space, which can be understood by noting that all perturbations relax monotonously for $R = 0 < R_m$, small scales decaying faster than large ones, as expected for processes controlled by viscous dissipation. By contrast, in case (b) the flow goes through anisotropic stages where streamwise streaky structures prevail before the basic laminar pCf is recovered. This can be interpreted by recalling that the final nonlinear decay of solutions occurs along slow manifolds that are the precursors of stable manifolds of states to be observed above R_g [15]. These elongated streamwise streaky structures would therefore be the precursors of actual solutions important for understanding the transition to turbulence under slightly different conditions (higher Reynolds number or/and deformed basic flow).

Let us now turn to another occurrence of similar structures, observed when disturbing pCf by a finite-amplitude local impulse perturbation. Here a short-duration transverse jet flow is used to generate turbulent spots that persist only

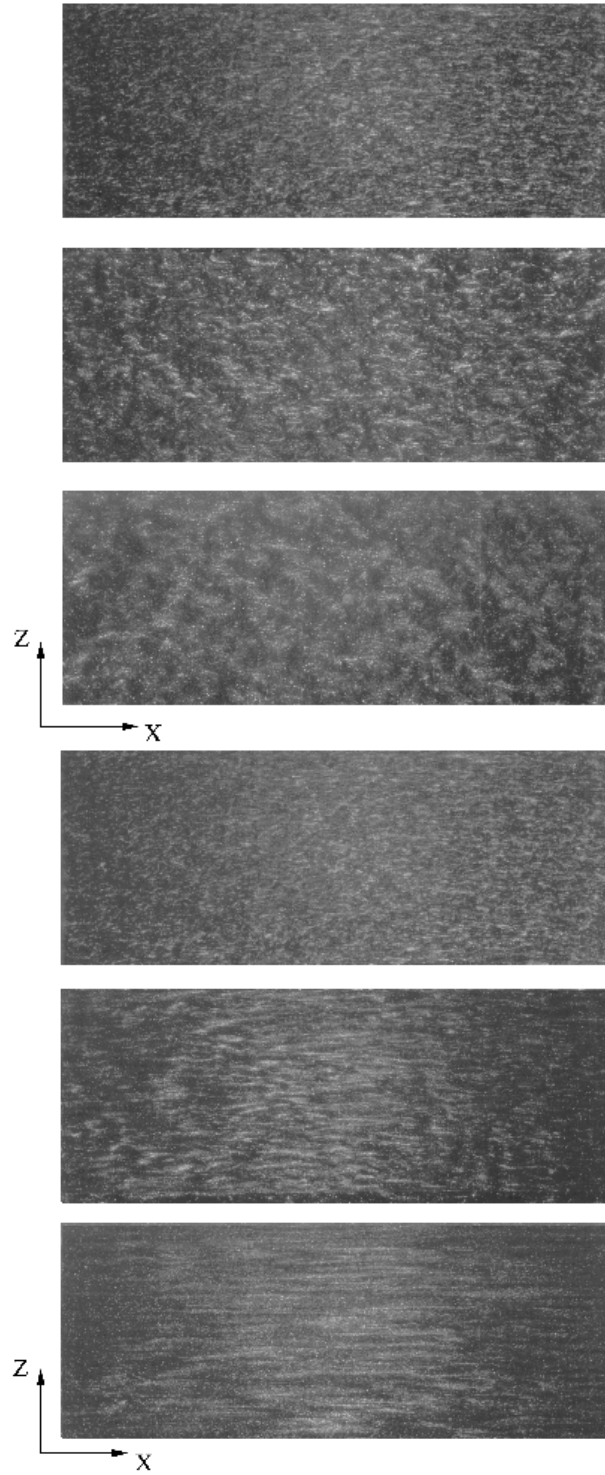


FIG. 2.2 - Snapshots of the decay of turbulent plane Couette flow after a sudden slowing down of the imposed shear. (a) From $R > 500$ to $R = 0$. (b) From $R > 500$ to $R = 250$.

when the perturbation amplitude A is larger than some critical threshold A_c depending on the Reynolds number. Below $R_g = 325$, the flow asymptotically returns to the basic linear velocity profile whatever the intensity of the jet [13]. In pCf, a spot is essentially a quasi-symmetrical elliptic patch of turbulent flow, but closer observation reveals a streaky structure in the streamwise direction. Figure 2.3 displays several sections of the flow at the border of a spot in a $(y-z)$ plane taken at various distances from its center. The full gap is shown but not the whole spanwise extension L_z (zooming on the relevant part of the picture). Note that the pictures are not taken at the same instant since some time is required for translating the laser plane. The origin of the streaks can be traced back to pairs of streamwise counter-rotating vortices. This is particularly apparent in the first cross view, the most distant from the spot's center. Closer to the center, one can easily distinguish three regularly-spaced vortex pairs and two other pairs ready to form. Even closer to the center, they break down so that it is no longer possible to identify any well-formed structures. Meanwhile mixing is manifestly much stronger.

As already reported in [13], growing and decaying spots also reveal such streaky structures. When the spot is growing, they develop at its border, regularly spaced, and they propagate in the spanwise direction. When the spot is relaxing, they appear transiently, in much the same way as during the decay of a fully developed turbulent flow (Fig. 2.2). These transient structures were observed for Reynolds number down to $R = 50$, which is much smaller than R_g but larger than R_m . Stronger perturbations are likely to generate the same transient structures for even lower Reynolds number, down to R_m , below which the perturbation energy decays monotonically

2.2.4 The continuous deformation approach

The flow is now slightly modified by the introduction of the wire in the zero-velocity plane. Several flow regimes can be distinguished upon increasing R . The featureless basic flow becomes unstable to streamwise vortices that stabilize at a first threshold $R = R_0$. Above another threshold $R = R_2$, the flow is fully turbulent in a band around the wire. In between the detailed transition scenario depends on the value of ρ . We first describe the modified flow, the streamwise vortices and their breakdown at a given wire radius. Then we study the dependence of our observations on the radius of the wire, focusing on the pure pCf limit $\rho/h \rightarrow 0$.

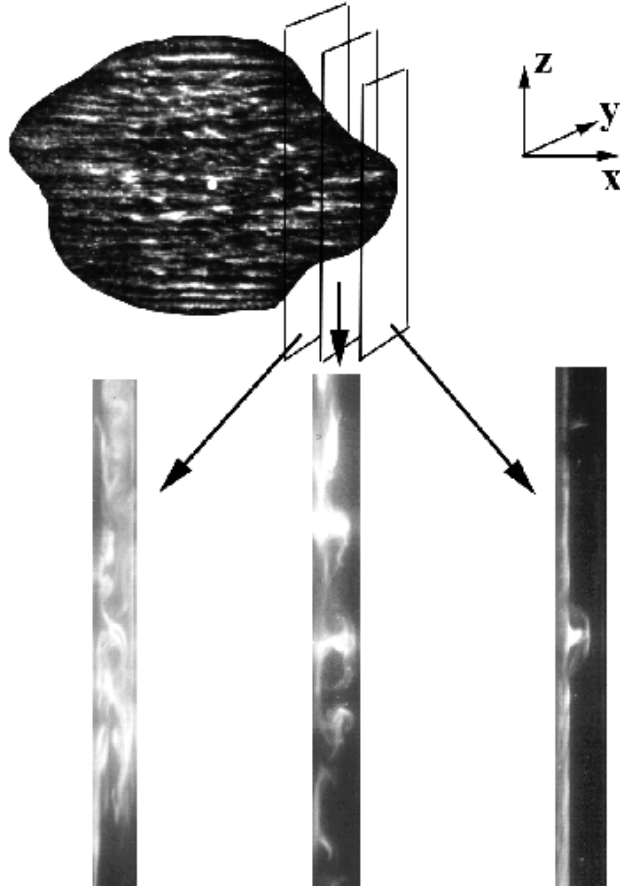


FIG. 2.3 - $(y-z)$ images of sections of the streamwise counter-rotating vortices at the border of a turbulent spot in successive $(x = \text{Cst.})$ -planes for $R = 340$.

The modified profile and its destabilization

For $R < R_0 = 190$, sufficiently close to the wire the flow is different from the classical linear velocity profile, though it remains laminar, stationary and two-dimensional, i.e. translationally invariant in the spanwise direction. Farther from the wire, the linear profile is recovered. The flow can be divided in two domains, an outer one close to the belt, where the flow lines are very slightly disturbed, and an inner one in the center, where the particles turn back [32]. In order to better describe the flow around the wire, the streamwise velocity profile has been measured by LDV at various distances from the wire. As shown in figure 2.4a, even in the vicinity of the wire ($x = 0.2 \text{ mm} = 1.33\rho$) and except very close to the central plane, the streamwise velocity profile $U_x(y)$ is only slightly modified. This could be anticipated from the fact that the Reynolds number $R_\rho = U_\rho \rho / \nu = (\rho/h)^2 R$, based on the radius ρ of the wire and the unmodified pCf velocity $U_\rho = U \rho / h$ at $y = \rho$, remains very small ($R_\rho < 1$) in the R -range of interest ($R < 400$). Figure 2.4b displays the same profile at a better resolution for $y \simeq 0$, confirming that the wire induces a significant but very local deformation of the flow. Compared to the classical linear pCf profile, the streamwise velocity profile now presents an inflection point corresponding to a slowing down close to the central plane.

An estimate of the size of the deformed region can be obtained from Figure 2.5 which displays velocity profiles at various streamwise locations ($x < 0$). The profiles are no longer symmetric with respect to y . Close to the wire, up to $|x| \sim 1 \text{ mm}$, the deformation is stronger downstream from the wire ($y > 0$) than upstream ($y < 0$) (see figure 2.1b). By contrast, farther from the wire, the linear pCf profile is recovered in the downstream region whereas this is not yet the case upstream. We shall return to this observation later (section 2.2.5).

At $R = R_0$, a transition occurs and coherent structures set in. Regularly spaced along the span, they break the corresponding translational invariance, Fig. 2.6a. These coherent structures are easily identified as high velocity streams, usually called *streaks*. These streaks occupy a band of finite width Δ along the wire. Outside this domain, the strength of the vortices is not strong enough to drive the particles and/or the dye from the belt to the central plane, which makes them visually undetectable. Figure 2.6b displays Δ as a function of R . We do not observe qualitative differences when the wire, while remaining in the central plane, is no longer parallel to the spanwise direction but makes an angle θ with the z -axis: the vortices remain aligned with the flow and occupy a band parallel to the wire. When measured along the streamwise

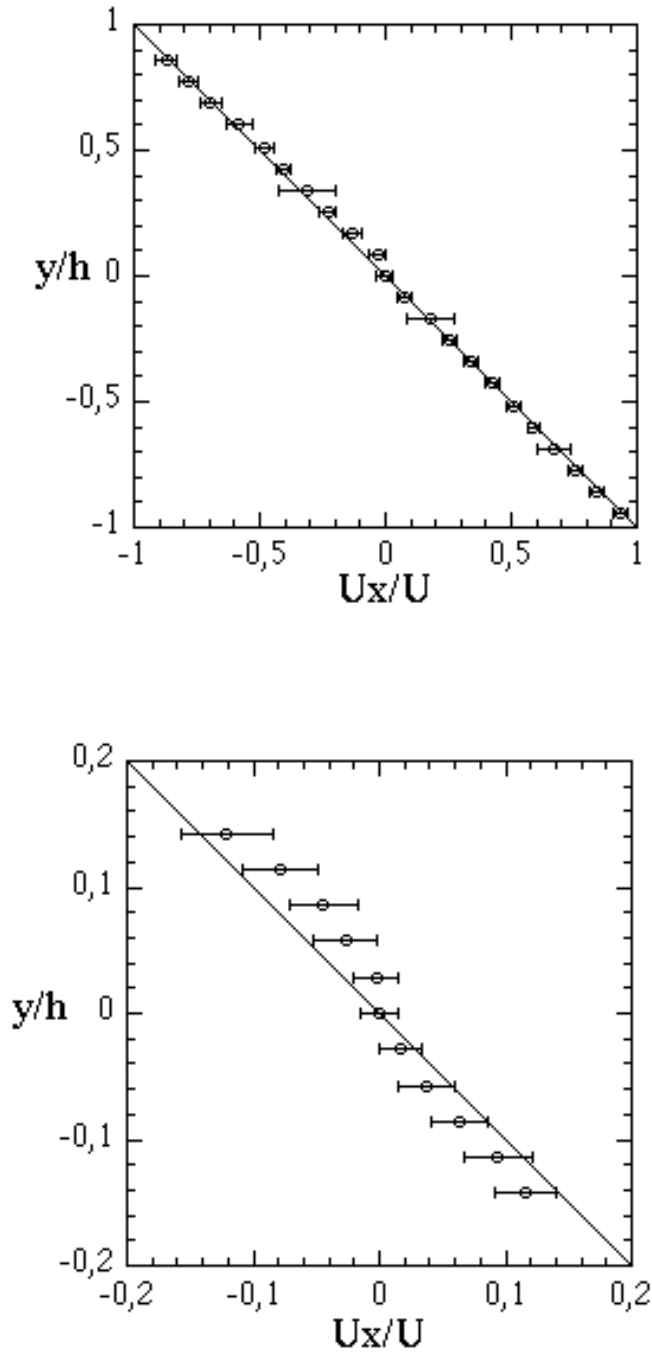


FIG. 2.4 - Streamwise velocity profiles at $x/\rho = 1.33$ for $\rho/h = 0.043$ and $R = 150 \pm 5$. (a) Whole gap $y/h \in [-1, 1]$. (b) Zooming on the central region $y/h \in [-0.15, 0.15]$. (The anomalously large error bars are due to the mechanical device used to hold the wire.)

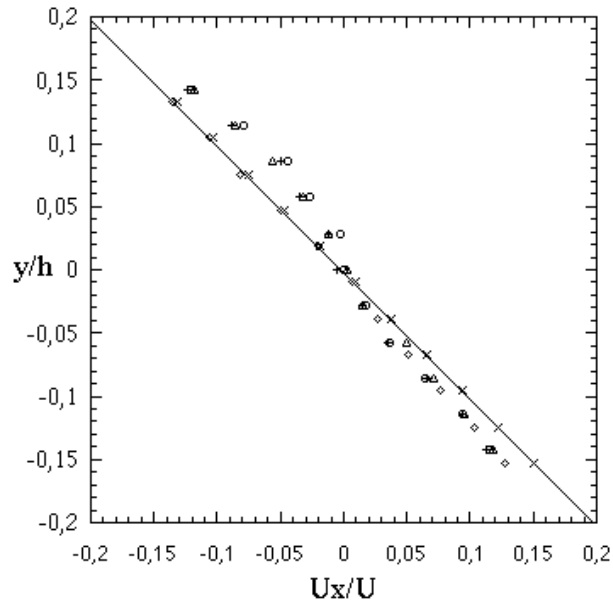


FIG. 2.5 - Velocity profiles at five streamwise locations for $\rho = 0.15$ mm, $h = 3.5$ mm ($\rho/h = 0.043$), and $R = 150 \pm 5$. \circ : $x/\rho = -1.33$, $+$: $x/\rho = -4.00$, \triangle : $x/\rho = -6.66$, \diamond : $x/\rho = -9.33$, \times : $x/\rho = -13.33$.

direction, the width of this band remains the same as in the case $\theta = 0$. However, as shown in figure 2.7, R_0 increases rapidly with θ to the point that a wire aligned with the flow ($\theta = \pi/2$) has no apparent destabilizing effect. We consider only $\theta = 0$ in the following.

According to previous observations [32], the origin of the streaks can be attributed to pairs of streamwise counter-rotating vortices. Refined visualizations allow a more complete description of the flow for $R > R_0$. Figure 2.8 shows sections of the flow in the $(y-z)$ plane close to the wire. Four snap-shots separated by 5 sec are displayed. As in figure 2.3, a dye is introduced in the flow at $x/h \simeq -250$, and the photograph taken at $x/h \simeq 5$. The typical mushroom shape displayed in the insert is produced by the two counter-rotating vortices (a) and (b) which advect the fluid between them to form the streak(s) according to the well-known *lift-up* mechanism. The vortices appears to be centered in the gap and to have an elliptical section with a long axis d_1 about twice the short one d_2 . The ellipses are slightly tilted with respect to the z -axis, with opposite tilts for the two vortices in the same pair.

Figure 2.9 sketches some path-lines that can be inferred from a careful observation of particles floating in the fluid. For the sake of clarity only one pair of vortices is represented on each side of the wire, and only the simplest trajectories coming from one side of the wire are presented, but much more complicated ones also exist. For example, the trajectories in solid line, labelled (1), originate midway between the axes of the two vortices in a given pair. They remain close to the belt until they reach the abscissa of the wire. The direction of rotation of the vortices is then reversed and the trajectories are forced towards the central plane due to the lift-up from which the streaks originate. Trajectories in dashed and dot-dashed lines (labeled (2) and (3)) both originate outside the vortex pair. Two cases can then be distinguished according to whether or not the particles cross the central plane before reaching the abscissa of the wire: if so, the trajectory (dashed) coils around the vortex ahead of the wire after the particle has turned back; if not, the trajectory (dot-dashed) coils around the vortex behind the wire.

The mushroom structures are more or less regularly spaced along the wire. An average periodicity $\Lambda = L_z / \langle N \rangle$ can be measured by counting the mean number of streaks $\langle N \rangle$. To determine it a video sequence of 1200 frames was divided in 30 individual sequences of 40 frames. Each short sequence was played in loop in order to locate the streaks. $\langle N \rangle$ was further obtained by averaging over the 30 individual sequences, yielding $\Lambda/h = 5 \pm 10\%$. No influence of Γ_x and Γ_z could be detected.

In addition to this statistical characterization, we have also examined the

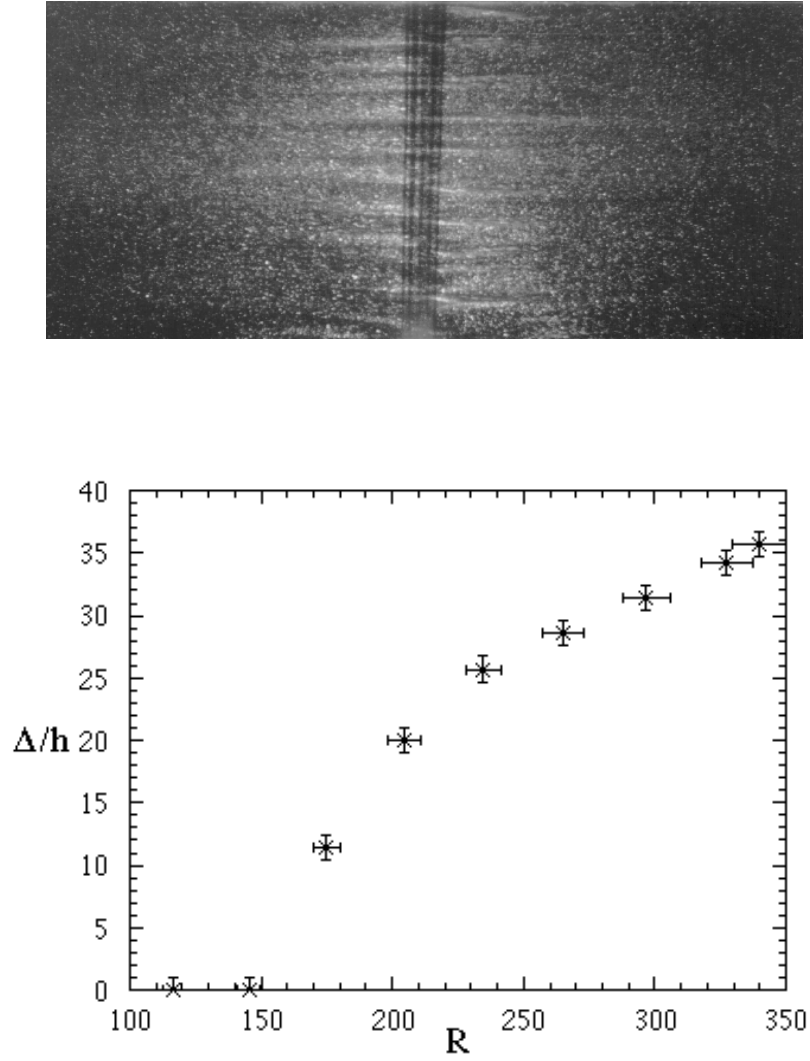


FIG. 2.6 - (a) $(x-z)$ view of the streaks induced by the streamwise vortices for $\rho/h = 0.043$ and $R = 250$. (b) Δ/h as a function of R for $\rho/h = 0.0857$ and $\Gamma_z = 36.3$.

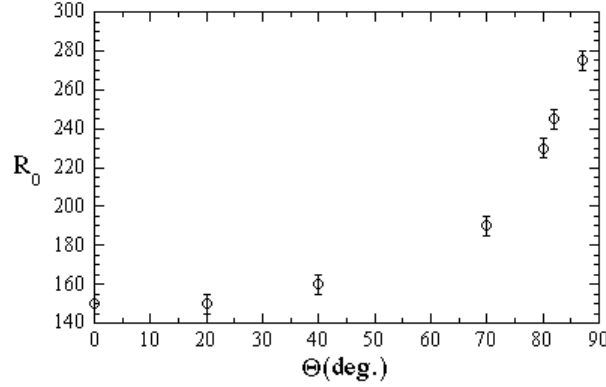


FIG. 2.7 - *Dependence of R_0 on the wire tilting angle θ . ($\rho/h = 0.0857$, $\Gamma_z = 70$.)*

local instantaneous structure of the flow. Figure 2.10a displays a typical (y - z) section of the streak pattern. From the position of the streaks indicated by thin vertical bars, it appears that the local spacing λ between two streaks fluctuates somewhat. This observation has been made more precise in figure 2.10b where the light intensity profile recorded along the white line in figure 2.10a is displayed. From this profile we can distinguish regions in the flow dominated by the vortices (white) from regions of relative inactivity (grey). Whereas the former have a roughly constant width, the size of the latter shows large variations that explain the fluctuations of λ .

Next, upon increasing R the following sequence is observed. The fluctuations of λ become larger and, for R large enough, regions of relative inactivity (grey) may become sufficiently wide to allow the creation of additional vortex pairs. This regime precedes the onset of a second transition at $R = R_1 = 310$ (for $\rho/h = 0.043$), where the streamwise vortices are destabilized by localized intermittent turbulent bursts that nucleate at some point along the wire, fluctuate for a while and decay to reappear somewhere else. The entire process is strongly reminiscent of spatio-temporal intermittency (STI) observed in some quasi-one-dimensional hydrodynamics experiments [35] and interpreted within the framework of critical phenomena in statistical physics [36, 37]. The duration and spatial extent of these bursts increases with R , ending at $R_2 \simeq 325$ in a fully turbulent band along the wire, the streamwise extension of which then grows linearly with the Reynolds number [32]. Now, decreasing R from above R_2 , the band of turbulence remains sustained down to $R_3 \simeq R_2$. This scenario

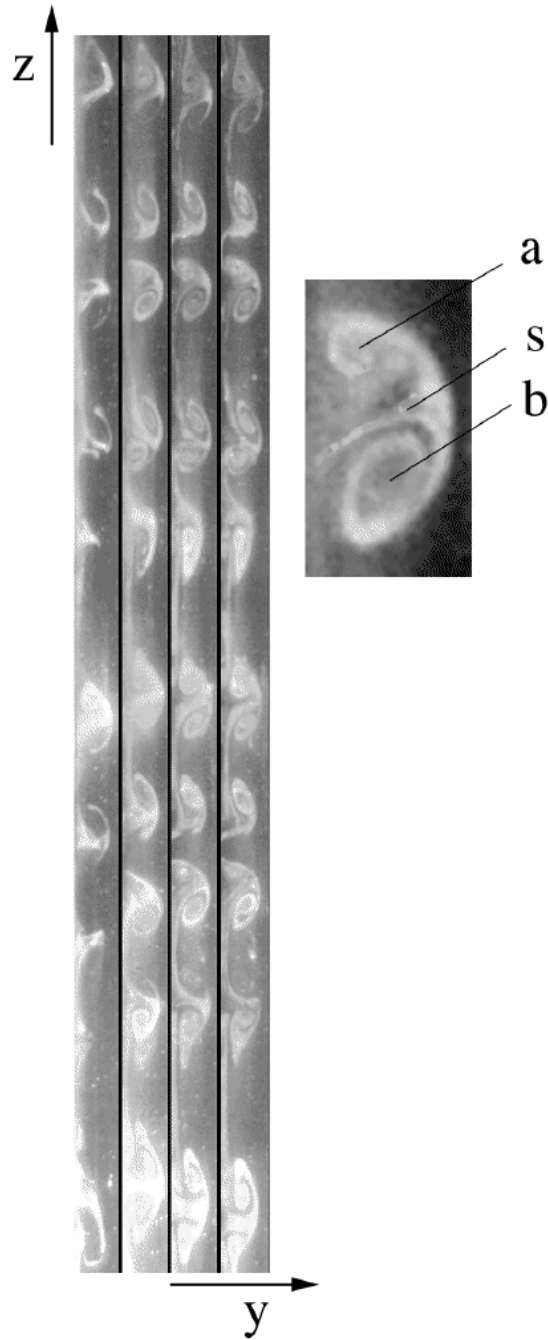


FIG. 2.8 - $(y-z)$ view of the streamwise counter-rotating vortices. Four snapshots at regular interval of 5 sec are displayed. Each image shows the whole gap. The insert displays one given structure made of two vortices (a) and (b) inducing the streak (s) between them by the lift-up mechanism. ($\rho/h = 0.0571$, $R = 190$.)

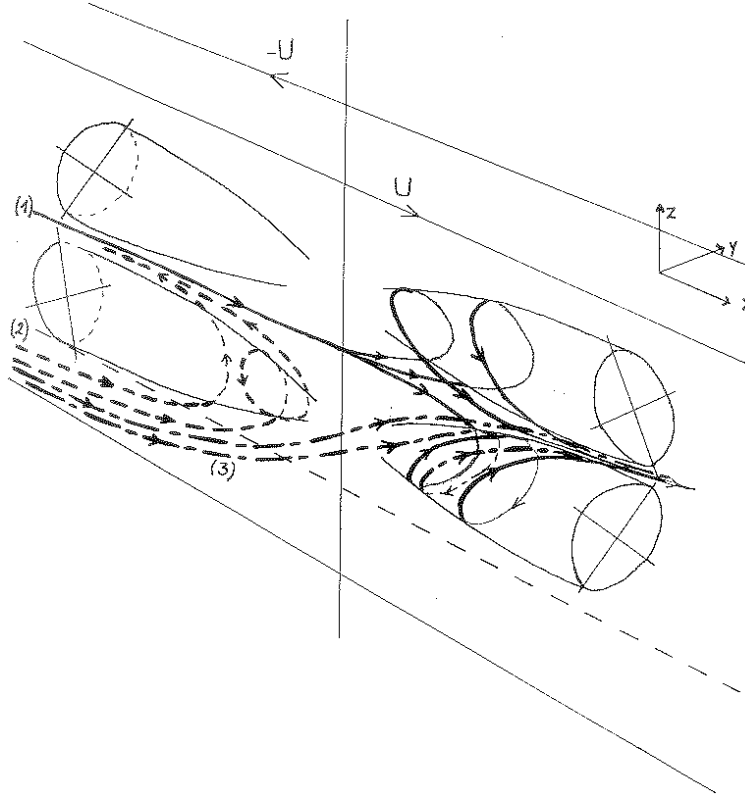


FIG. 2.9 - *Schematic view of the streamwise counter-rotating vortices and the trajectories they induced in the shear flow. See text for details.*

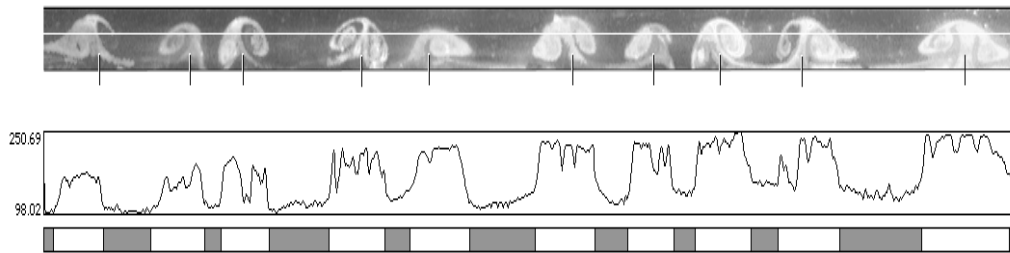


FIG. 2.10 - (a) $(y-z)$ view of the streamwise counter-rotating vortices with location of the streaks. (b) Intensity profile taken in (a) along the line. (c) Interpretation: (white) \rightarrow regions of vortex-dominated dynamics; (grey) \rightarrow regions of relative inactivity. ($\rho/h = 0.0571$, $R = 190$.)

holds for $\rho/h = 0.043$ and more generally for ρ/h large enough. A slightly different picture is obtained when ρ/h gets smaller, which suggests studying the limit where the pure pCf is recovered.

The modified pCf in the limit $\rho/h \rightarrow 0$

We now study the dependence of our observations on the diameter of the wire, summarized in the bifurcation diagram of figure 2.11. Consider first the behavior of R_0 . It is readily seen that when $\rho/h \rightarrow 0$ the threshold of the bifurcation toward the streak state seemingly extrapolates to some finite value of the order of R_g as determined from the initial value problem for jet perturbations.

When ρ/h is decreased, the basic state from which the flow bifurcates is less and less deformed and the linear velocity profile is recovered closer and closer to the wire as illustrated in figure 2.12 which displays the basic velocity profiles near the central plane at given $x/\rho = 1.33$ for two wires of different diameters and $R < R_0$. This does not preclude the streaks from being relatively insensitive to the value of ρ/h . As shown in figure 2.13a, Λ decreases very slightly and roughly linearly with ρ/h , so that assuming a regular behavior at the pure pCf limit yields $\Lambda \rightarrow 4h$. The typical size d_1 of the vortices follows a similar behavior and by extrapolation we get $d_1 \rightarrow 0.6h$, fig. 2.13b.

These statistical characterizations do not give a qualitative picture the bifurcated flow at small ρ/h .

Figure 2.14 displays a $(y-z)$ section of the streamwise counter-rotating vortices for $\rho/h = 0.014$, to be compared to that for $\rho/h = 0.043$ in figure 2.8. One notices immediately that, though regions of vortex-dominated dynamics and regions of relative inactivity can still be defined, the vortex pairs are not as regularly spaced as they are for the wire with a larger diameter. Furthermore, the description of the flow in terms of a more or less regular cellular pattern is now replaced by an image in terms of domains of different kinds (“active” streak state and “inactive” basic state) separated by fronts. We shall return to this point later.

To conclude this section, let us complete the description of the bifurcation diagram in figure 2.11 and consider the scenario that develops for wires with diameters smaller than $\rho/h \simeq 0.0182$. Instead of the regime of spatio-temporal intermittency described above, the flow now experiences a direct transition from the streak state to turbulence when R is increased ($R_1 \simeq R_2$), while the turbulent state can be maintained down to $R_3 \simeq 325$ when R is decreased. A striking feature of this bifurcation diagram is that sustained turbulence can be

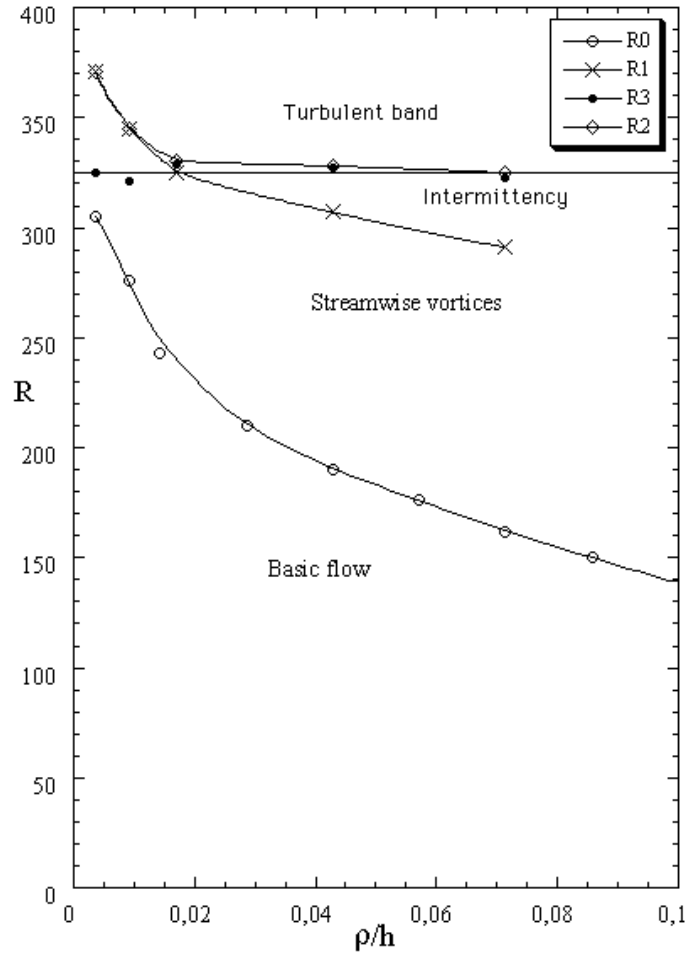


FIG. 2.11 - Bifurcation diagram giving the different thresholds as functions of ρ/h for $\Gamma_z = 70$. R_0 : transition from the basic state to the streaks; R_1 : spatio-temporally intermittent destabilization of the streaks for $\rho/h > 0.0186$; R_2 transition to the fully turbulent band; R_3 : decay of turbulence into streaks for $\rho/h < 0.0186$ when decreasing R . Lines are just given as guides for the eye.

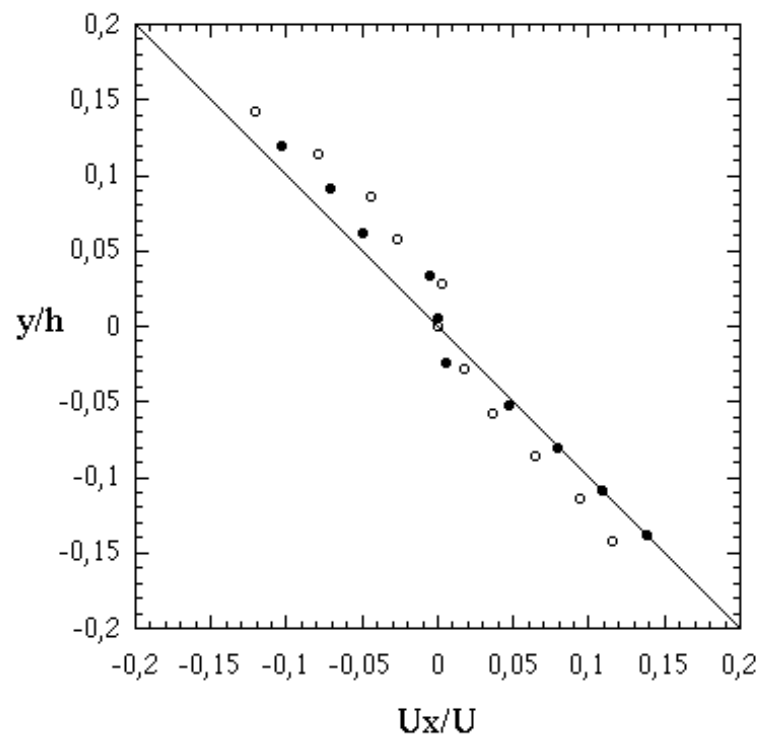


FIG. 2.12 - *Streamwise velocity profile at $x/\rho = 1.33$. • : $\rho/h = 0.0143$, ◦ : $\rho/h = 0.043$. ($R = 150 \pm 5$.)*

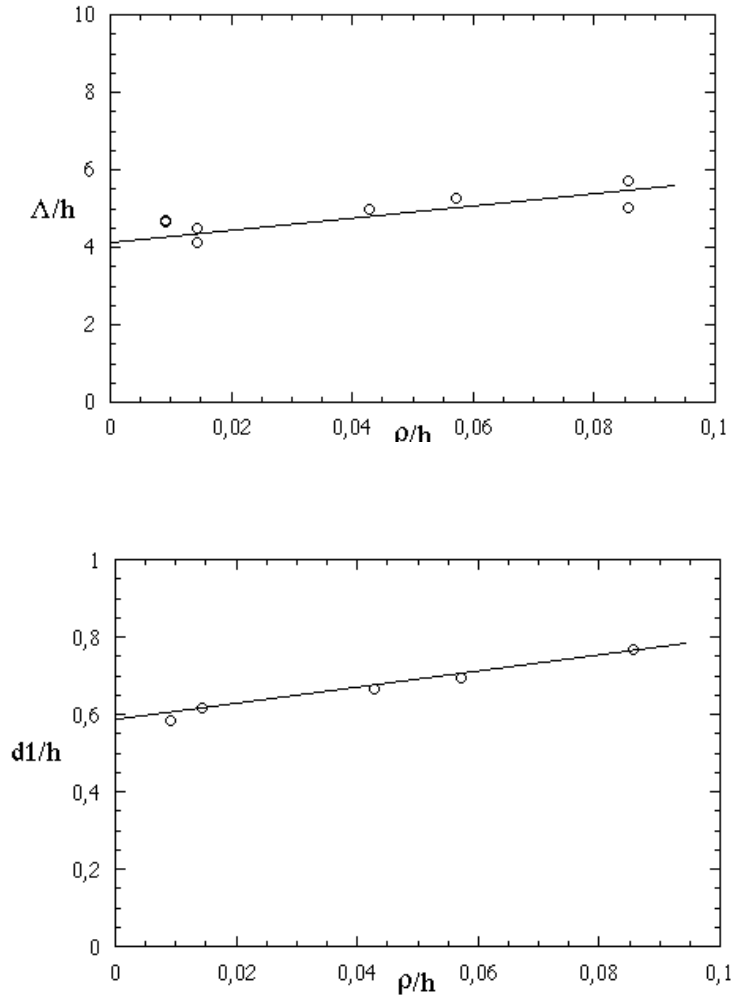


FIG. 2.13 - Average spanwise periodicity Λ/h (a) and mean vortex largest radius $\langle d_1 \rangle$ (b) as functions of the reduced wire radius ρ/h . ($\Gamma_z = 70$.)

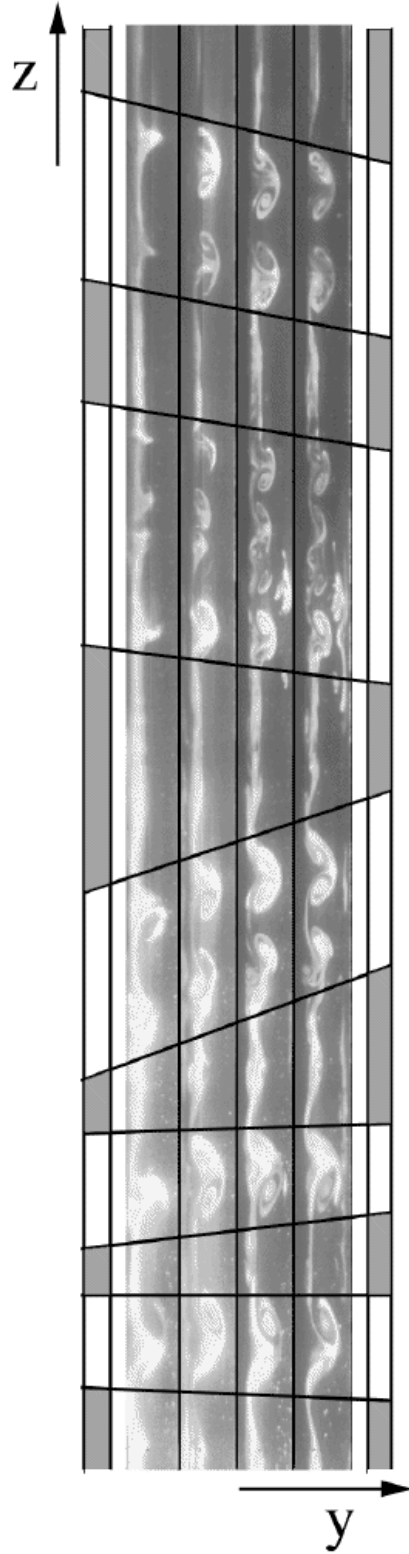


FIG. 2.14 - Four (y - z) successive snapshots of the streamwise counter-rotating vortices. $\rho/h = 0.0143$, $R = 250$. Each image shows the whole gap. Fronts between areas of vortex-dominated dynamics and areas of relative inactivity are marked by a line.

observed throughout the ρ/h range above $R = R_3 \simeq 325$ which is precisely the minimal value beyond which turbulent spots can be generated in pure pCf.

2.2.5 Discussion

We now address the issues raised by the results presented in previous sections. Since we are mostly interested in the transition to turbulence in pCf, we organize the discussion by first considering the bifurcations of the configuration at large ρ/h for increasing values of R , and next the effect of decreasing the perturbation.

Below the threshold R_0 for steady streamwise vortices, the measured profile exhibits two essential characteristics: (1) a sharp localization of the modification close to the wire, not only in the streamwise direction x but also in the cross-stream direction y , and (2) a clear lack of y -reflection symmetry at any given streamwise location. Theoretical results about the basic flow are scarce. To our knowledge, the only possibly relevant analytical solution, due to Chwang and Wu [33], concerns the Stokes problem for a wire in an unbounded shear. The corresponding result shows neither the localization (smooth monotonic $1/r$ -decay of the velocity corrections to the linear profile) nor the observed lack of symmetry since at given x , it satisfies $U_x(x, -y) = -U_x(x, y)$ and $U_y(x, -y) = U_y(x, y)$. The latter discrepancy is clearly due to the limitations of the Stokes approximation since it is easily checked that this symmetry is not compatible with the nonlinear advection term of the full Navier–Stokes (NS) equations; for example $U_x \partial_x U_x + U_y \partial_y U_x$ does not change sign in the transformation $x \mapsto x, y \mapsto -y$. An attempt to go beyond this limitation within the Oseen approximation, still in the unbounded case, is in progress [39]. Recently, motivated by our results, Barkley and Tuckerman [34] studied a configuration similar to ours numerically. In their problem, the wire was replaced by a ribbon of cross-channel width 2ρ for easier numerical implementation, but it was placed at the center of the flow, perpendicularly to the flow direction so that the obstacle had the same apparent section. Seeking steady 2-dimensional solutions of the full NS equations they found a solution slightly lacking y -reflection symmetry, though remaining centro-symmetric, i.e. such that $U_x(-x, -y) = -U_x(x, y)$ and $U_y(-x, -y) = -U_y(x, y)$, as expected from the nonlinear terms in the equations. In fact the symmetry breaking obtained in the case of the ribbon seems smaller than that observed around the wire, which is as yet unexplained but probably related to the specific shape of the obstacle. More importantly, the numerical solution shows two distinct regions, one close to the ribbon where the correction to the linear velocity

profile corresponds to a circulation opposing the flow (contra-circulation), the other farther from the wire where the correction is much weaker and in the same sense (co-circulation). The stagnation point separating the two regions is located at about $x/h = 2.5$ and does not depend much on the ratio ρ/h (two values $\rho/h = 0.086$ and 0.043 have been considered). These findings are in agreement with the observed fact that the flow seems to return quite abruptly to the linear profile at some distance from the wire (fig. 2.5). A fully quantitative comparison is not possible owing to both the difficulty in obtaining experimental velocity profiles and the difference in the obstacle's shape.

For $R_0 \leq R \leq R_1$, a wide band of streamwise streaks along the wire is experimentally observed. The streamwise extension Δ of these streaks is much larger than the region where the profile is significantly modified by the the presence of the wire. This immediately leads one to think that the flow has switched to a new state that has little to do with the modified basic state. Accordingly, this new state from the saturation of a linear instability mode but rather as a fully nonlinear state. This idea is further supported by the light intensity profile displayed in figure 2.10. Indeed, the alternation of regions of low and high intensity, separated by sharp edges, implies the presence of a large amount of high harmonics typical of a strongly nonlinear solution, not what one would expect from the weakly nonlinear saturation of the amplitude of a linear mode. In contrast this fits more with what would result from a subcritical instability where the bifurcated state stays at a finite distance from the basic state so that the solution may be composed of domains of either state separated by fronts. The observation that, during the very first steps of the transition process, some streaks first develop in limited domains and next contaminate the whole span further supports this idea.

While direct experimental evidence of subcriticality *via* the determination of hysteresis has not yet been obtained, subcriticality was unambiguously detected in the numerical approach of Barkley and Tuckerman [34] who determined the linear instability threshold of the modified basic flow and further studied the development of the three-dimensional primary mode they obtained. A thorough comparison of experimental and numerical findings is not possible for the moment since, as explained above, the experiment gives us at best an estimate of the nonlinear threshold while, up to now, the numerics only predicts the linear threshold but has not yet been extended to yield the nonlinear threshold.

However, our results are clearly compatible: First the values obtained numerically fall in the same range ($R_l = 230$ and 550 for $\rho/h = 0.086$ and 0.043 respectively) and are somewhat larger than the corresponding experimental

values of R_0 (fig. 2.11). Second, the critical wavelength is numerically seen to depend little on ρ/h . Values found for $\rho/h = 0.086$ and 0.043 are $\lambda_c = 4.87h$ and $4.48h$, in good agreement with the experimental values shown in fig. 2.13. Finally, the structure of the nonlinear saturated state is also somewhat different from that of the critical linear eigenmode, especially regarding the streamwise shape of the perturbation, which suggests that a width Δ can be defined for the region occupied by the streamwise vortices. Furthermore this width is much larger than the width of the region where the amplitude of the critical mode is significant, which is also in agreement with the experiments showing that Δ is much larger than the zone where the basic flow is deformed.

The rapid increase of R_l as ρ/h is divided by two is consistent with a divergence as ρ/h tends to zero. By contrast, as seen in Fig. 2.11 in the experiments, R_0 seems to extrapolate to a finite value of the order of 325. This fact requires some explanation since at the limit $\rho \rightarrow 0$ one expects to recover the linearly stable pCf. From this, one should infer that R_0 increases without bound as ρ decreases only if one was sure to detect a linear instability threshold comparable to that obtained in [34]. However, it is more likely that the instability converts from supercritical at large ρ/h to more and more subcritical as ρ/h tends to zero. In this perspective, R_0 would correspond rather to an effective non-linear instability threshold detected from the development of a structure excited by residual turbulence, and thus already out of the attraction basin of the unmodified Couette flow. Limitations of the present set-up forbid to say more but, in this context, transition observed experimentally for $\rho/h \leq 0.014$ is particularly interesting: the observed flow pattern seems to be composed of coexisting domains of strong vorticity and relative inactivity that are reminiscent of the picture given by Pomeau [36] for a subcritical system where two states are in competition. Active regions where the streamwise vortices are conspicuous should be portions of nonlinear solutions belonging to a branch disconnected from the basic unmodified pCf solution that would be relevant to inactive regions. The streamwise localization is easily understood from the fact that, at sufficient distance from the wire, the flow has, at any rate, returned to a linear velocity profile that is the only possible steady solution for $R < 325$. In turn, this also explains the hysteretic behavior observed around the thinnest wires: by starting an experiment with $325 < R_2 < R$, which triggers the streamwise vortices, and then decreasing R the turbulent solution is retained down to $R_3 \simeq 325$.

These considerations suggest that we can overlook the specific origin of the streamwise vortices relate them to the numerical solutions obtained by Busse & Clever [21], Nagata [19], and Cherhabili & Ehrenstein [22]. These solutions were

found by various continuation methods similar to our continuous deformation approach. They were obtained as essentially unstable three-dimensional steady states of the full NS equations. All of these solutions display strong qualitative differences with our streamwise vortices. Solutions reported in [21] and [19], though at Reynolds numbers in the correct range, are periodic in the streamwise direction and remain unlocalized. Solutions obtained in [23] are indeed localized along x but the spanwise periodicity and the order of magnitude of the Reynolds numbers strongly disagree. By contrast, one can conjecture that the slowly varying background provided by the localized modification to the basic flow, as achieved in the present experiment as well as the numerical simulations of Barkley & Tuckerman [34], is able to stabilize pre-existent nonlinear solutions that could not be observed otherwise. The occurrence of streamwise vortices observed in figure 2.3 at the edge of a sustained turbulent spot might also be another consequence of this process since turbulence within the spot is expected to modify the mean flow.

To conclude, we have taken advantage of the subcritical character of the plane Couette flow to stabilize localized streamwise vortices. We have related these vortices to the existence of nonlinear solutions that are only unstable and transient in a natural environment. The results of this study, which concentrates on one of the steps of the cyclic process of regeneration and break-down at work in turbulent shear flows, thus seem of more general interest in the context of transitional wall-bounded flows.

Bibliographie

- [1] S.A. Orszag, "Accurate solution of the Orr–Sommerfeld stability equation," *J. Fluid Mech.* **50** (1971) 689–703.
- [2] P.G. Drazin, W.H. Reid, *Hydrodynamic stability* (Cambridge University Press, 1981).
- [3] T. Herbert, "Periodic secondary motions in a plane channel flow," in *Proc. Intl. Conf. Numerical Methods Fluid Dyn.*, A.I. van de Vooren & P.J. Zandbergen, eds. (1976).
- [4] D.R. Carlson, S.E. Widnall & M.F. Peters, "A flow-visualization study of transition in plane Poiseuille flow," *J. Fluid Mech.* **121** (1982) 487–505.
- [5] V.A. Romanov, "Stability of plane parallel Couette flow," *Funkt. Anal. Ego Priloz.* **7** (1970) 62–73.
- [6] H. Reichardt, "Über die Geschwindigkeitsverteilung in einer geradlinigen turbulenten Couetteströmung," *Z. Angew. Math. Mech.* **36** (1956) 26–29.
- [7] (a) H.J. Leutheusser, V.H. Chu, "Experiments on plane Couette flow," *J. Hydraul. Div. ASCE* **97** (1971) 1269. (b) M. Aydin, H.J. Leutheusser, "Novel experimental facility for the study of plane Couette flow," *Rev. Sci. Instrum.* **50** (1979) 1362–1366.
- [8] S. Malerud, K.J. Måløy, W.I. Goldberg, "Measurements of turbulent velocity fluctuations in a planar Couette cell," *Phys. Fluids* **7** (1995) 1949–1955.
- [9] N. Tillmark, P.H. Alfredsson, "Experiments on transition in plane Couette flow," *J. Fluid Mech.* **235** (1992) 89–102.
- [10] F. Daviaud, J. Hegseth, P. Bergé, "Subcritical transition to turbulence in plane Couette flow," *Phys. Rev. Lett.* **69** (1992) 2511–2514.

- [11] H.W. Emmons, A.E. Bryson, The laminar-turbulent transition in a boundary layer *J.A.S.* **18** (1951) 490.
- [12] A. Lundbladh, A. Johansson, Direct simulation of turbulent spots in plane Couette flow. *J. Fluid Mech.* **229** (1991) 499-516.
- [13] O. Dauchot, F. Daviaud, F. "Finite-amplitude perturbation and spots growth mechanism in plane Couette flow," *Phys. Fluids* **7** (1995) 335-343.
- [14] J.M. Hamilton, J. Kim, F. Waleffe, "Regeneration mechanisms of near-wall turbulence structures," *J. Fluid Mech.* **287** (1995) 317-348.
- [15] O. Dauchot, P. Manneville, "Local versus global concepts in hydrodynamics stability theory," *Journal de Physique II* **7** (1997) 371-389.
- [16] Bottin S., Manneville P., Daviaud F., Dauchot O. "Discontinuous transition to spatiotemporal intermittency in plane Couette flow," *submitted to Europhys. Lett.* 1998.
- [17] Bottin S. & Chaté H. "Statistical analysis of the transition to turbulence in plane Couette flow" *submitted to EPJ B* (1998)
- [18] D.D. Joseph, *Stability of Fluid Motions, I.* (Springer-Verlag, Berlin, 1976).
- [19] M. Nagata, "Three-dimensional finite-amplitude solutions in plane Couette flow: bifurcation from infinity," *J. Fluid Mech.* **217** (1990) 519-527.
- [20] R.M. Clever, F.H. Busse, "Three dimensional convection in a horizontal fluid layer subjected to a constant shear," *J. Fluid Mech.* **234** (1992) 511-527.
- [21] F.H. Busse, R.M. Clever, "Bifurcation sequences in problems of thermal convection and of plane Couette flow," In *Waves and Nonlinear Processes in Hydrodynamics*, J. Grue, B. Gjevik, & J. E. Weber, eds. (Kluwer, 1996).
- [22] A. Cherhabili, U. Ehrenstein, Spatially localized two-dimensional finite amplitude states in plane Couette flow. *Eur. J. Mech. B/ Fluids* **14** (1995) 677-696.
- [23] A. Cherhabili, U. Ehrenstein, "Finite-amplitude equilibrium states in plane Couette flow," *J. Fluid Mech.* **342** (1997) 159-177.
- [24] F. Waleffe, J. Kim, J. Hamilton, "On the origin of streaks in turbulent shear flows," In *Turbulent Shear Flows 8* (Springer, 1993).

- [25] K. Coughlin, “Coherent structures and intermittent turbulence in channel flows: Part 1: Coherent Structures,” *J. Fluid Mech.* submitted.
- [26] F. Waleffe, “Hydrodynamics stability of turbulence: Beyond transients to a self-sustaining process,” *Studies in Applied Math.* **95** (1995) 319–343.
- [27] F. Waleffe, “On a self-sustaining process in shear flows,” *Phys. Fluids* **9** (1997) 883–900.
- [28] S.C. Reddy, P.J. Schmid, J.S. Baggett, D.S. Henningson, “On stability of streamwise streaks and transition to turbulence in plane channel flows,” *J. Fluid Mech.* submitted.
- [29] N. Tillmark, “On the spreading mechanisms of a turbulent spot in plane Couette flow,” *Europhys. Lett.* **32** (1995) 481–485.
- [30] K.H. Bech, N. Tillmark, P.H. Alfredsson, H.I. Andersson, “An investigation of turbulent plane Couette flow at low Reynolds numbers,” *J. Fluid Mech.* **286** (1995) 291–325.
- [31] J. Komminaho, A. Lundblad, A. Johansson, “Very large structures in plane turbulent Couette flow,” *J. Fluid Mech.* **320** (1996) 259–286.
- [32] O. Dauchot, F. Daviaud, “Streamwise vortices in plane Couette flow,” *Phys. Fluids* **7** (1995) 901–903.
- [33] A.T. Chwang, T. Wu, “Hydromechanics of low Reynolds-number flow. Part 2. Singularity method for Stokes flows,” *J. Fluid Mech.* **67** (1975) 787–815.
- [34] D. Barkley, L.S. Tuckerman, “Stability analysis of perturbed plane Couette flow,” submitted to *Phys. Fluid*; first presented at *10th International Couette–Taylor Workshop*, Paris, July 15–18, 1997 (laurette@limsi.fr).
- [35] F. Daviaud, “Experiments in 1D turbulence,” In *Turbulence: a tentative dictionary*, P. Tabeling, O. Cardoso, eds. (Plenum Press, 1994).
- [36] Y. Pomeau, “Front motion, metastability, and subcritical bifurcations in hydrodynamics,” *Physica D* **23** (1986) 546–554.
- [37] H. Chaté, P. Manneville, “Spatiotemporal intermittency,” In *Turbulence: a tentative dictionary*, P. Tabeling, O. Cardoso, eds. (Plenum Press, 1994).

- [38] S. Bottin, O. Dauchot, F. Daviaud, “Intermittency in a locally forced plane Couette flow,” *Phys. Rev. Lett.* **79** (1991) 4377–4380
- [39] C. Vasilescu, P. Manneville, in preparation.

2.3 Conclusion

L'amélioration de la qualité des visualisations dans le plan (y, z) s'est révélée particulièrement efficace. Elle a permis d'identifier les traînées observées en bord de spot comme des solutions d'amplitudes finies de l'écoulement de Couette, précisément identiques à celles observées dans l'écoulement modifié. L'étude de la variation —diminution vers la limite nulle— du diamètre du fil a permis de suivre ces solutions jusqu'à la limite du Couette plan. Même si ces solutions ne sont pas stables dans l'écoulement non perturbé, elles existent dès lors qu'il est modifié, ou au bord de l'état turbulent. L'espacement entre les paires de rouleaux, adimensionné par le gap, même s'il fluctue, est en moyenne indépendant des rapports d'aspects et du diamètre du fil. De plus, l'étude du profil de vitesse de base, avant apparition des structures, a révélé que l'étendue de la déformation occasionnée au profil de Couette est bien moindre que celle des rouleaux une fois apparus. Ces conditions nous ont amené à la prédiction d'une bifurcation sous-critique vers ce nouvel état, même si aucune évidence expérimentale ne nous a permis de l'affirmer, ce que l'étude numérique de Barkley et Tuckermann a, par contre, confirmé.

De plus, lors de cette étude, nous avons vu apparaître un régime très intéressant lors de la déstabilisation des solutions d'amplitude finie formées de rouleaux longitudinaux contra-rotatifs et périodiques dans la direction de l'envergure. Ces rouleaux interagissent pour finalement donner naissance à un état faiblement turbulent typique de l'intermittence spatio-temporelle à une dimension. Lorsque l'on augmente encore le paramètre de contrôle la turbulence est persistante. Cependant, la gamme en nombre de Reynolds, pour laquelle ce régime est observé, est un peu trop étroite pour être étudiée expérimentalement. De plus le nombre de vortex présents le long de l'envergure est trop grand pour que le système soit décrit comme un état confiné, et trop petit pour être étudié de façon statistique: c'est un système intermédiaire. Nous avons donc décidé de nous ramener à une étude plus simple, pour se mettre dans le cas d'un système confiné.

Chapitre 3

Etude du gel spatial de la solution “rouleaux” et de sa déstabilisation

3.1 Introduction

Suite à l'étude des solutions localisées autour du fil, que nous avons identifiées comme des solutions d'amplitudes finie dans la limite de Couette plan non modifié, deux questions principales sont apparues:

— Quel est le type d'intermittence que nous avons observé dans une faible gamme en R ?

— Quel est son rôle dans la transition vers la turbulence pour l'écoulement de Couette?

Nous avons tenté de répondre à ces questions en cherchant à isoler la solution “rouleaux” dans l'écoulement pour réduire le degré de complexité du système précédent où l'on obtenait un grand nombre de rouleaux (tout le long de l'envergure) autour du fil. Nous avons donc remplacé la perturbation localisée invariante en z par une perturbation localisée dans les trois directions: une perle placée au centre de l'écoulement en $x = y = z = 0$ (§1.1.3).

Au delà d'un certain R , R'_0 , quelques paires de rouleaux apparaissent de part et d'autre de la perle. Nous étudions leur déstabilisation qui se produit à partir de R'_1 . Entre R'_1 et R'_2 nous observons à nouveau un régime d'intermittence que nous allons étudier.

Au dessus de R'_2 nous observons de la turbulence persistante et délocalisée par rapport à la perle.

3.2 Déstabilisation par intermittence temporelle

Cette partie est composée d’une lettre publiée dans *Phys. Rev. Lett.* **79** (1997) p 4377. Dans un premier temps, nous revenons sur les observations dans le cas de l’écoulement modifié par un fil (chapitre 2). Dans ce cas, l’écoulement de base bifurque vers un nouvel état de rouleaux longitudinaux qui se déstabilise via un régime spatio-temporel complexe. Nous présentons le diagramme de phase des différents régimes observés en fonction du nombre de Reynolds et du diamètre du fil. Lorsqu’une petite perle est introduite dans l’écoulement, seulement quelques paires de rouleaux sont générées. Leur déstabilisation intervient via un nouveau type d’intermittence temporelle difficile à comprendre dans le contexte des systèmes dynamiques. Nous étudions plus particulièrement ce régime d’intermittence et le caractérisons, dans cette première partie, par la fraction de temps passée dans chacun des états laminaire (rouleaux longitudinaux) et turbulent.

Intermittency in a locally forced plane Couette flow

S. Bottin, O. Dauchot and F. Daviaud

*Groupe Instabilités et Turbulence,
CEA Saclay, SPEC.
F-91191 Gif-sur-Yvette, France*

Abstract

The plane Couette flow displays a globally subcritical transition to turbulence. When forced by a thin wire introduced in the central plane, the basic flow bifurcates towards a new state of streamwise vortices which breakdown through a complex spatio-temporal regime. When a bead is introduced in the central plane, only few vortices are generated. Their destabilization occurs *via* a new type of temporal intermittency hard to understand within the framework of dynamical systems.

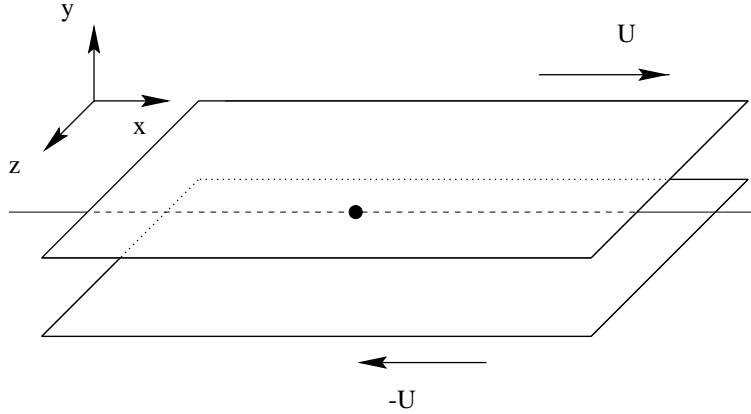
PACS number:47.20.Dr 47.27.Cn 47.20.Ky 47.15.-x

In spite of impressive progress, the problem of the transition to chaos and turbulence still offers numerous open issues. Both manifest themselves as irregular regimes. Temporal chaos is associated to systems where few degrees of freedom are active owing to confinement effects, for which scenarios have been identified [1]. By contrast, turbulence involves many spatial and temporal scales. In between one finds spatio-temporal chaos where the dynamics of ordered structures remains an important ingredient [2].

In trying to identify steps in the transition process, a first distinction can be made from the nature of the primary bifurcation. Supercritical transitions are characterized by continuous growth of the distance to the basic state in the direction of some known unstable mode. Rayleigh-Bénard convection is a typical example. A scenario then develops, for which classical tools of (weakly) nonlinear analysis are available. Another, strongly different, situation occurs when the primary bifurcation is subcritical. In that case, our understanding is much more limited and entirely relies on our capability to determine branching solutions that become stable at finite distance of the basic state. In the realm of hydrodynamics, the plane Couette flow (PCF) corresponds to this situation since it is known to be linearly stable for all Reynolds number [3], whereas transition to turbulence is observed in experiments [4]. The PCF therefore seems to be a good prototype for studying “globally subcritical” transitions to turbulence [5], and as been the subject of numerous studies accordingly.

In order to reach those nonlinear branching solutions the most direct way is to excite the flow by an instantaneous localized perturbation which serves as initial condition [6, 7, 8]. Turbulent spots generated in that way present a core of small scale turbulence surrounded by streaky structures which are also observed when they relax [9]. Another possibility has been explored by considering slight modifications of the original PCF configuration numerically [10]. Experimentally, this has also been done by introducing a thin wire parallel to the spanwise direction by Dauchot and Daviaud [11] who succeeded in stabilizing streamwise counter-rotating vortices. Further investigations have confirmed their role in the transition at the limit of the pure PCF [9]. In this context, we first study the transition scenario involving the breakdown of the streaks along the wire leading to a quasi-1D spatio-temporal regime. Then, in an attempt to understand it, we consider a modified experiment where the localization of perturbations around a bead placed in the middle of the flow yields a temporally intermittent dynamics.

Our PCF set-up is made of an endless transparent plastic band guided by rollers achieving a shear flow without mean advection (see [6] for details). The Reynolds number is defined as $R = Uh/\nu$, where U is the speed of the wall,

FIG. 3.1 - *Modified Couette flow*

$h = 3.5$ mm is half of the gap and ν is the kinematic viscosity of water. The accuracy on the determination of R is within 3%. Geometrically, we define the streamwise direction as x , the normal to the wall direction as y and the spanwise direction as z . The test section is about 1 m long and using $2h$ as the length scale, the spanwise aspect ratio is $\Gamma_z \approx 35$ and the streamwise aspect ratio is $\Gamma_x \approx 190$. The flow can be forced in two ways. First, as in [11] a thin wire of radius $\rho/h \in [0.0035, 0.1714]$, parallel to the spanwise direction, is introduced in the central plane. Second, as shown on Figure 1, a little bead of radius $r/h = 0.35$ is placed in the central plane and chosen as the origin $(0, 0, 0)$ of the reference frame. The bead is held by a thin wire parallel to the streamwise direction that does not disturb the flow, as shown in [9]. The (y, z) structure of the flow close to the perturbation is revealed from the light of a laser sheet diffused by a yellow dye introduced close to the belt, at one entrance of the channel. Its temporal behavior is studied using another laser sheet in the (x, z) -plane, illuminating the flow seeded with iriodin.

Figure 2 displays the bifurcation diagram of the flow perturbed by the thin wire when varying ρ/h . Upon increasing R , the first bifurcation of the basic state, observed at $R = R_0$, is towards streamwise vortices extending all around the wire. For sufficiently large ρ/h typically > 0.02 the following sequence is observed: at a larger $R = R_1$, a second bifurcation takes place, where the streamwise vortices are destabilized by localized turbulent bursts. A complex intermittent spatio-temporal regime sets in: a turbulent burst develops at some place, lasts for a while, interacts strongly with the streamwise vortices and then relaxes. This process repeats itself elsewhere later. Such a regime is usually called spatio-temporal intermittency, at least in a loose sense [12]. For

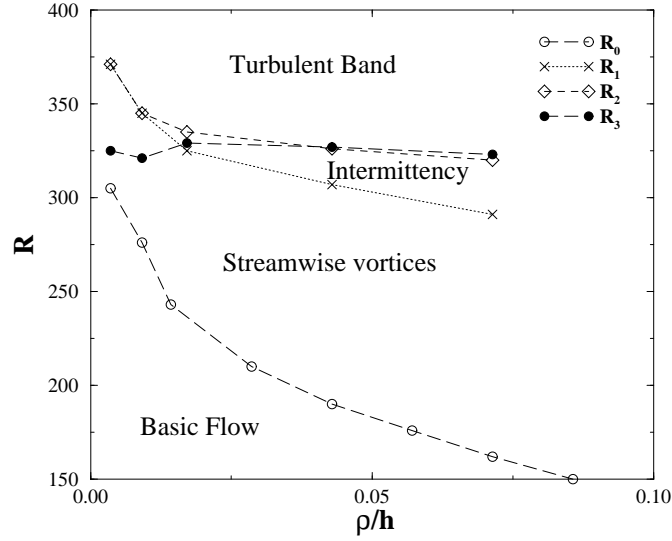


FIG. 3.2 - Evolution of the phase diagram with ρ/h for the wire.

$R > R_2$, the turbulent bursts merge to form a sustained band of turbulence all along the wire. Now, decreasing R from above R_2 , the band of turbulence remains sustained down to $R_3 \simeq R_2$. By contrast for smaller ρ/h , the transition from streamwise vortices to turbulence is essentially direct and $R_1 \simeq R_2$, while hysteresis is observed for the reverse transition as R is decreased ($R_3 \simeq 325 \pm 5$). A striking feature of this bifurcation diagram is that, throughout the ρ/h range, sustained turbulence can be observed above $R = R_3 \simeq 325$ which is precisely the value found for the minimal Reynolds number beyond which turbulent spots can be generated in pure PCF [8].

The perturbation introduced by the wire preserves translational invariance in the spanwise direction. As a consequence, a quasi-one-dimensional regime of (provisionally called) spatio-temporal intermittency, is obtained. By contrast, using the bead, i.e. a point-wise perturbation, gives rise to spatially localized processes. Below some threshold $R'_0 (= 105 \pm 3$ in the present experiment with $\rho/h = 0.35$), the flow remains featureless.

For $R > R'_0$, four pairs of stationary counter-rotating streamwise vortices are indeed stabilized: two on each side of the bead. Figure 3-b displays a (y, z) cut through the two pairs of vortices on the right hand side of the structure in figure 3-a. These vortices are similar to those observed along the wire and

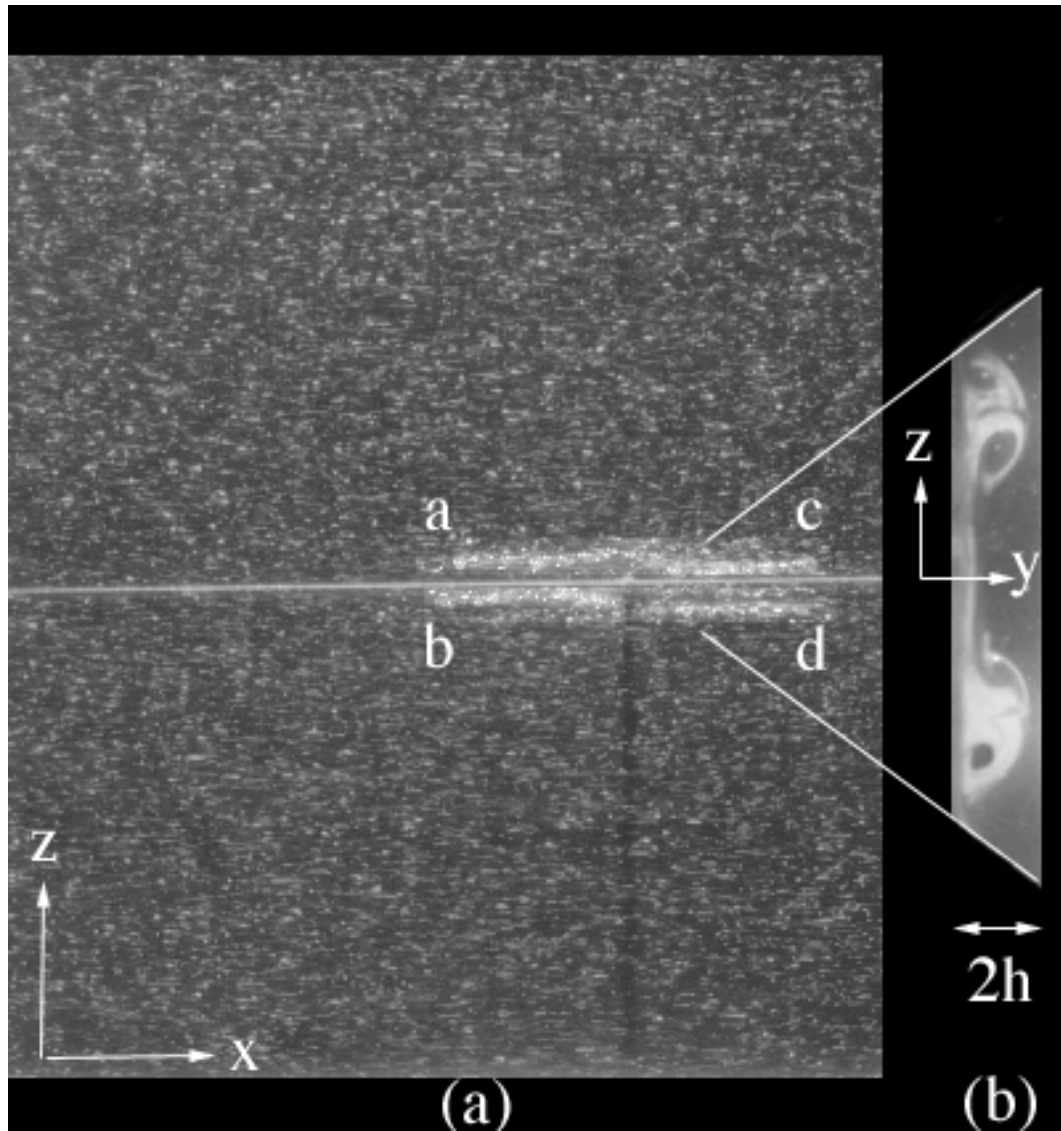


FIG. 3.3 - (a) Photograph of the flow displaying (a) 4 streaks or pairs of streamwise vortices in the (x, y) plane close to the bead. Picture (b) Section in the (y, z) plane of two pairs of counter-rotating streamwise vortices in .

described in previous studies [11, 9]: they occupy the whole gap, their separation is of the same order as the wavelength of the streamwise vortices, and their symmetries are comparable. The pairs of vortices are labeled (a, b, c, d) as shown on Figure 3-a. Pairs (a) and (b) are symmetrical with respect to a reflection about the (x, y) -plane. Pairs (a) and (c) are axially symmetrical with respect to the z -axis.

For $R > R'_1 (\simeq 300)$ the vortices become unstable and bursts of turbulence are observed around the bead. However turbulence is not sustained but intermittent. Preliminary observations indicate complex processes involving vortex merging, creation and breakdown which are still under study. Turbulent bursts interrupting laminar intermissions are spatially similar to turbulent spots generated by instantaneous perturbations [6, 7, 8]. They can develop to become as wide as the span L_z . Turbulent domains so created then collapse (relaminarization) homogeneously all over their surface. A relaxation towards a brief stage of featureless flow is observed. Afterwards the pairs of streamwise vortices, henceforth called the laminar state, soon reappear.

For $R > R'_2 = 325$, when a turbulent burst occurs, it no longer decays but turns into a sustained turbulent spot. No hysteresis is observed when decreasing R ($R'_3 = R'_2$). The global phenomenon is very robust and does not seem to be sensitive to boundary effects. Several experiments have been performed with different layouts, varying the bead diameter, its position, the noise level. Whereas the thresholds were slightly dependent on the experimental conditions, the intermittent behavior could be observed on roughly the same range of Reynolds numbers.

Quantitatively, the intermittent regime has been characterized from the spatio-temporal record of the light diffused by iriodin particles along a line $x/h = 4$ in the central plane $y = 0$. An excerpt of the signal is displayed in Figure 4-a, corresponding to about 10 minutes. Thanks to the z to $-z$ symmetry, only half ($z > 0$) of the signal needs to be presented and further processed.

Eight experiments of 1 hour each have been recorded at a rate of 5 lines per second, for $R = 300, 306, 310, 314, 320, 330$. Information has been compressed by detecting the spanwise location z_{\max} of the maximum of the average intensity $I(z) = (1/z)\sum_{i=1, i_{\max}} I(z_i, t)$, where $i \in [1, 256]$ is the index of the pixel in the line corresponding to a given instant of time t . The temporal signal $z_{\max}(t)$ is then processed in order to detect the laminar-turbulent alternation. The mean life-time of laminar and turbulent events $\langle \tau_{\text{lam}} \rangle$ and $\langle \tau_{\text{turb}} \rangle$ are then computed, as well as the fraction of time spent in the turbulent state F_t , called the turbulent fraction. For $R = 300$ and 330 less than 20 events

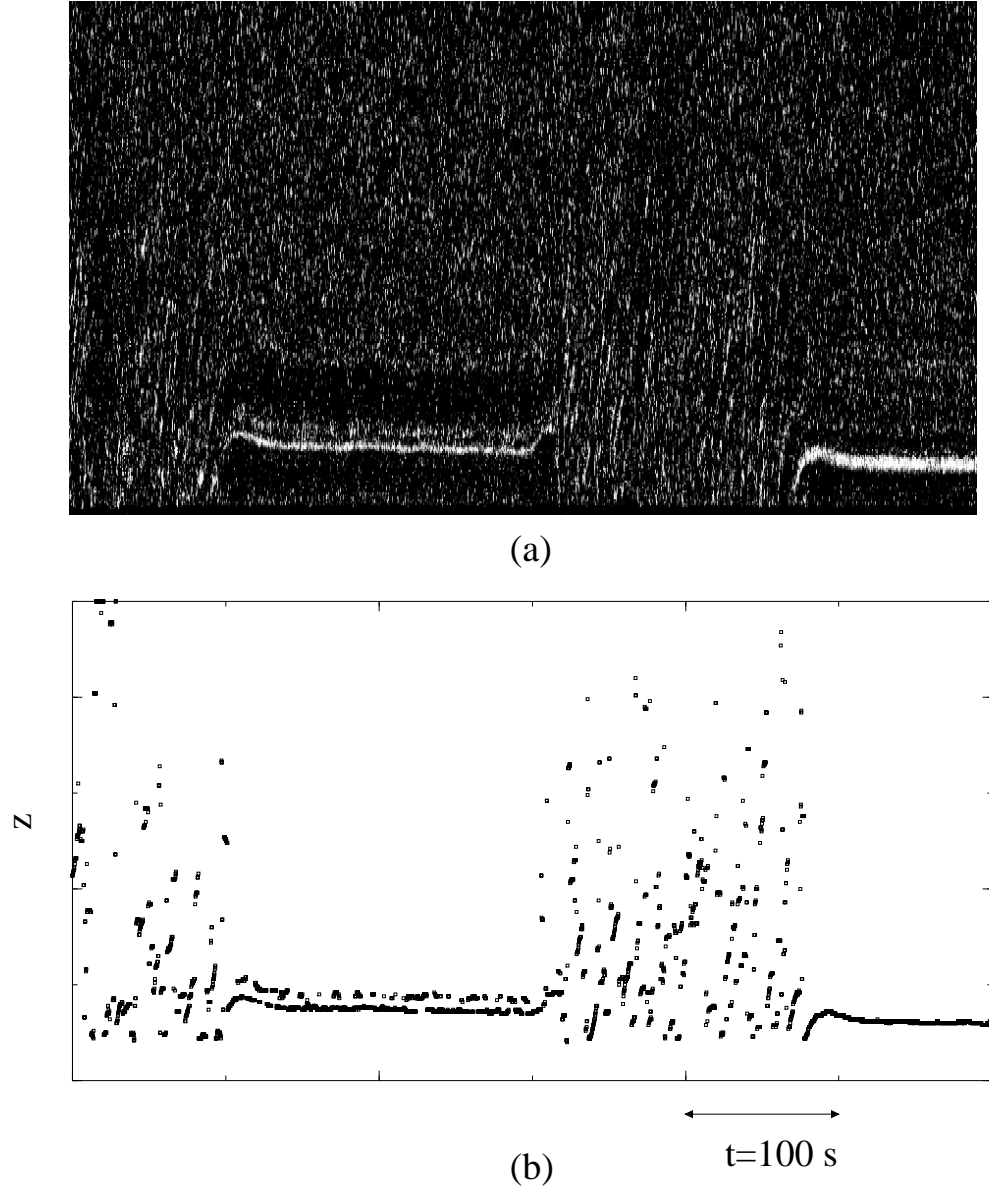


FIG. 3.4 - (a) Excerpt from a spatio-temporal diagram (see text for detail).
(b) The corresponding time serie $s(t)$.

were observed, the flow is still too close to the two thresholds R'_1 and R'_2 . For $R = 306, 310, 314, 320$ the number of events varies between 40 and 100.

Figure 5 displays the evolution of these quantities with the Reynolds number. The error bars indicate the measurement accuracy for R , as well as for the turbulent fraction, whereas it represents the standard deviation for the laminar and turbulent mean life-time distribution. The large value of the standard deviation is due to the low number of events at $R = 300, 330$ and also reveals the proximity of the thresholds R'_1 and R'_2 . For the other Reynolds numbers, it is more representative of the width of the distribution since there are enough samples to study the statistics. A detailed study of the distribution is in progress, but we can already mention that two kinds of events can be distinguished: long and short ones. As expected, F_t increases with R , and its rapid variation allows a good determination of the intermittency threshold R'_1 slightly below 300. $\langle \tau_{\text{lam}} \rangle$ increases rapidly while $\langle \tau_{\text{turb}} \rangle$ decreases to the finite value $\simeq 240$ sec upon decreasing R to R'_1 . When increasing R , F_t saturates to its maximum value $F_t = 1$ for $R'_2 = 325$ that we recognize as the value beyond which turbulence around the wire becomes sustained.

The destabilization of the streaks around the bead, analyzed here as a temporal process, thus shares strong similarities with the spatio-temporal behavior observed around wires of sufficiently large diameter (see Fig. 2). Whereas turbulent bursts were nucleated at random places along the wire, they are now attached to the bead. In some sense, the structure is spatially frozen and spatio-temporal intermittency is converted into temporal intermittency, which suggests to interpret phenomena within the theory of low-dimensional dynamical systems. In this framework, several routes to chaos have been recognized [1], however features characteristic of known scenarios (e.g. [13, 14, 15]) have not been clearly identified up to now. Some enlightening is expected from the detailed study of the streak-breakdown and relaminarization steps that is currently underway [16]. Interestingly, the same kind of process has been observed by Coughlin [17] in numerical simulations of the PCF in confined geometry and can be understood in terms of homoclinic bifurcation of the kind present in simple models such as that derived by Waleffe [18]. The dynamics observed around the bead can then be interpreted as the result of a spatial freezing of the complex spatio-temporal dynamics observed along the wire resulting from such a mechanism. The obtained regime of temporal intermittency, typical of low-dimensional systems, in fact develops in an extended system. As such it keeps a trace of the large number of degrees of freedom that can be easily excited in the spatio-temporal regime. This observation explains why it has been empirically difficult to make a connection with standard scenarios but

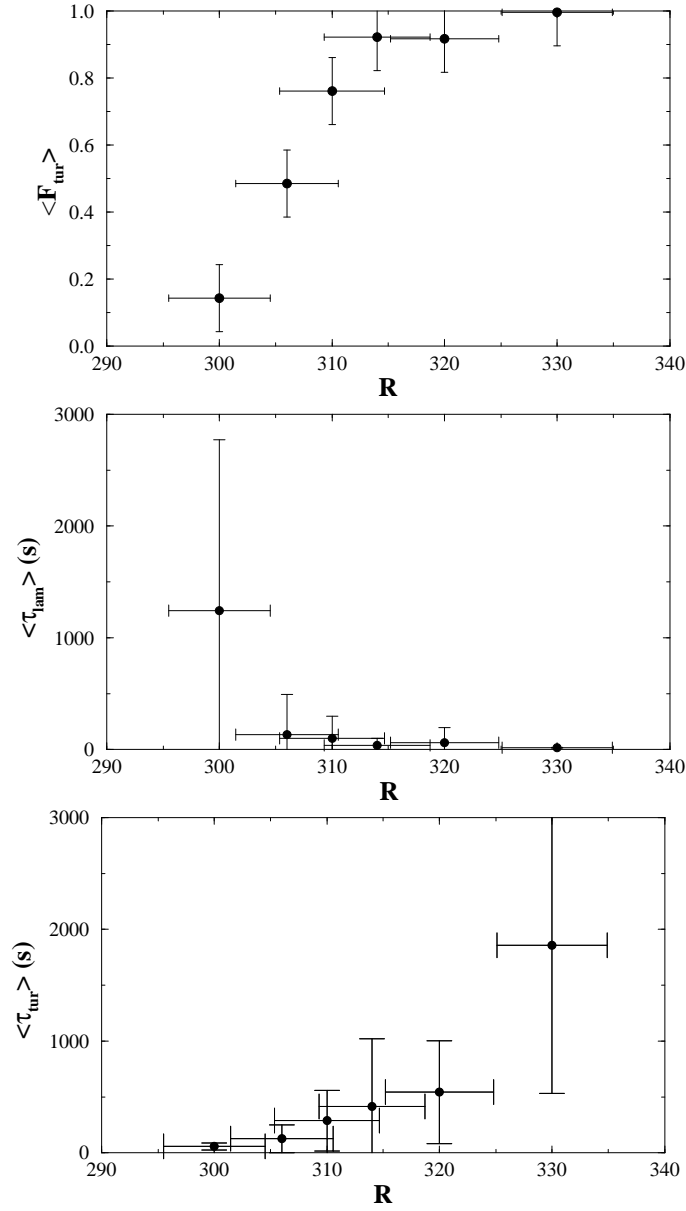


FIG. 3.5 - Evolution of the turbulent fraction (a), the mean life-time of laminar (b) and turbulent (c) events, with the Reynolds number

also suggests implications for the study of the transition to turbulence in other weakly confined systems.

We thank Paul Manneville for fruitful discussions and helpful remarks, G. Rousseau and J.F. Pinton for their help in data treatment, and C. Gasquet for technical assistance.

Bibliographie

- [1] Schuster, Deterministic Chaos, Physic Verlag (3rd edition).
- [2] M.C. Cross and P.C. Hohenberg Rev. Mod. Phys. **65** 851 (1993)
- [3] V. A. Romanov, Funk. An. i Prol. **7**,137 (1970).
- [4] H. Reichardt, Z. Angew. Math. Mech. Sonderheft **36**, 26 (1956).
- [5] O. Dauchot, P. Manneville, Journal de Physique II France **7**, 371 (1997).
- [6] F. Daviaud, J. Hegseth, P. Bergé, Phys.Rev.Lett. **69**, 2511 (1992).
- [7] N. Tillmark, P. H. Alfredsson, J. Fluid Mech. **235**, 89 (1992).
- [8] O. Dauchot, F. Daviaud, Phys. Fluids **7**, 335 (1995).
- [9] S. Bottin, O. Dauchot, F. Daviaud and P. Manneville, submitted to Phys. of Fluids (dec. 1997).
- [10] M. Nagata J. Fluid Mech. **217**, 519 (1990); R. M. Clever & F. H. Busse J. Fluid Mech. **234**, 511 (1992)
- [11] O. Dauchot, F. Daviaud, Phys. Fluids **7**, 901 (1995).
- [12] H. Chaté, P. Manneville, Turbulence : A tentative Dictionary (ed. by Tabeling P. and Cardoso O., Plenum Press, New York, 1995).
- [13] Y. Pomeau, P. Manneville, Comm. Math. Phys. **74**, 189 (1980).
- [14] C. Grebogi, E. Ott and J.A. Yorke, Physica **7D**, 181 (1983).
- [15] Y.C. Lai, C. Grebogi, J.A. Yorke and S.C. Venkatarami, Phys. Rev. Letter **77**, 55 (1996); Y.C. Lai and C. Grebogi, Phys. Rev. Letter **77**, 5047 (1996)

- [16] G. Antar, S. Bottin, O. Dauchot, F. Daviaud, P. Manneville , in preparation
- [17] K. Coughlin, submitted to J. Fluid Mech. , (1997).
- [18] F. Waleffe, Phys.Fluids **9**, 883 (1997)

3.3 Autres caractéristiques des distributions de durée de vie des phases laminaires et turbulentes

Les résultats des valeurs $\langle \tau_{\text{lam}} \rangle$, $\langle \tau_{\text{tur}} \rangle$ et F_t en fonction de R , présentés dans l'article (§3.2) proviennent de données expérimentales acquises sous forme de diagrammes spatio-temporels. Ces DST subissent ensuite un traitement (détaillé en annexe A) déterminant la distribution des durées de vie des événements laminaires et turbulents. C'est à partir de ces distributions que sont extraites les valeurs moyennes et la fraction turbulente. Dans la suite, nous donnons plus de détails sur nos résultats, en étudiant notamment les étapes de déstabilisation et de relaminarisation.

3.3.1 Résultats

Fraction turbulente

La fraction turbulente de la figure 3.6 est la même que celle présentée dans l'article précédent avec un ajustement linéaire que nous avons superposé.

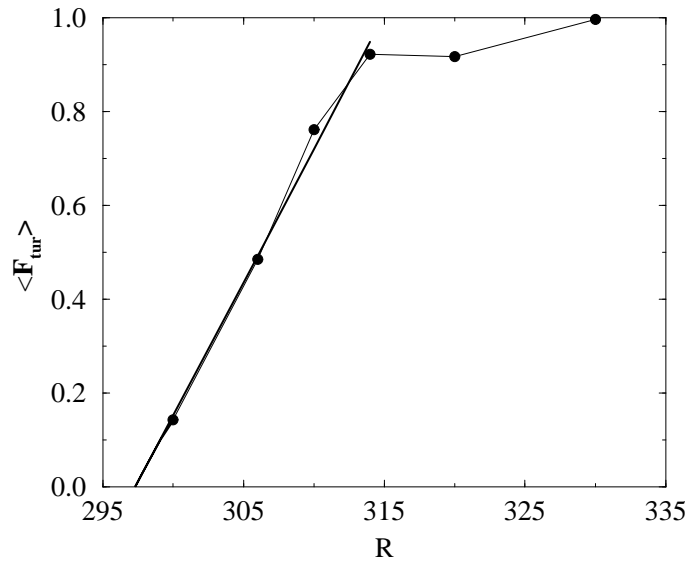


FIG. 3.6 - Ajustement linéaire des points de la fraction turbulente temporelle en fonction du nombre de Reynolds.

Après divers essais et ajustements des points expérimentaux de F_t en fonction de R en représentation lin-log ou log-log, le meilleur résultat est obtenu en prenant les quatre premiers points proches du seuil d’intermittence —jusqu’alors défini comme $R = 300$, c’est à dire le premier R pour lequel on observait une déstabilisation de l’écoulement dans nos enregistrements— et donne un comportement en $F_t \sim (R - 298)^\alpha$ avec $\alpha = 0.9$. Cela suggère tout simplement un comportement linéaire. La figure 3.6 représente l’ajustement linéaire de F_t donnant une valeur pour le seuil d’intermittence de l’ordre de 298. La transition serait alors de type transcritique, si ce n’est que dans ce cas le paramètre d’ordre peut prendre des valeurs négatives alors qu’ici F_t est positive par définition. On en conclut qu’aucune transition classique n’est observée. Afin de mieux la caractériser, nous nous proposons donc d’étudier le comportement des distributions des temps de vies des phases laminares et turbulentes.

Distributions des durées de vie

Pour les valeurs de R extrêmes ($R = 300$ et $R = 330$) qui sont en fait les valeurs seuils de l’intervalle où nous observons de l’intermittence, on ne peut absolument pas prétendre étudier la statistique. Du point de vue de l’expérimentateur, il faudrait des temps beaucoup trop longs pour avoir un nombre important d’événements turbulents à $R = 300$, respectivement laminares à $R = 330$. Pour les deux types d’événements, les valeurs de R où la statistique est considérée comme suffisante, c’est à dire avec un nombre d’événements supérieur à 40 (le détail est donné dans le tableau 3.1) sont les suivantes: $R = 306, 310, 314, 320$.

R	LAM	TUR
306	100	101
310	63	69
314	54	58
320	39	48

TAB. 3.1 - *Nombre d’événements laminares et turbulents détectés sur 8 h en fonction du nombre de Reynolds*

On notera que le nombre d’événements des phases laminares et turbulentes peut être différent pour un même nombre de Reynolds. Ceci est un artefact

expérimental dû au protocole, en effet chaque grandeur moyenne provient de 8 expériences d'une heure par R .

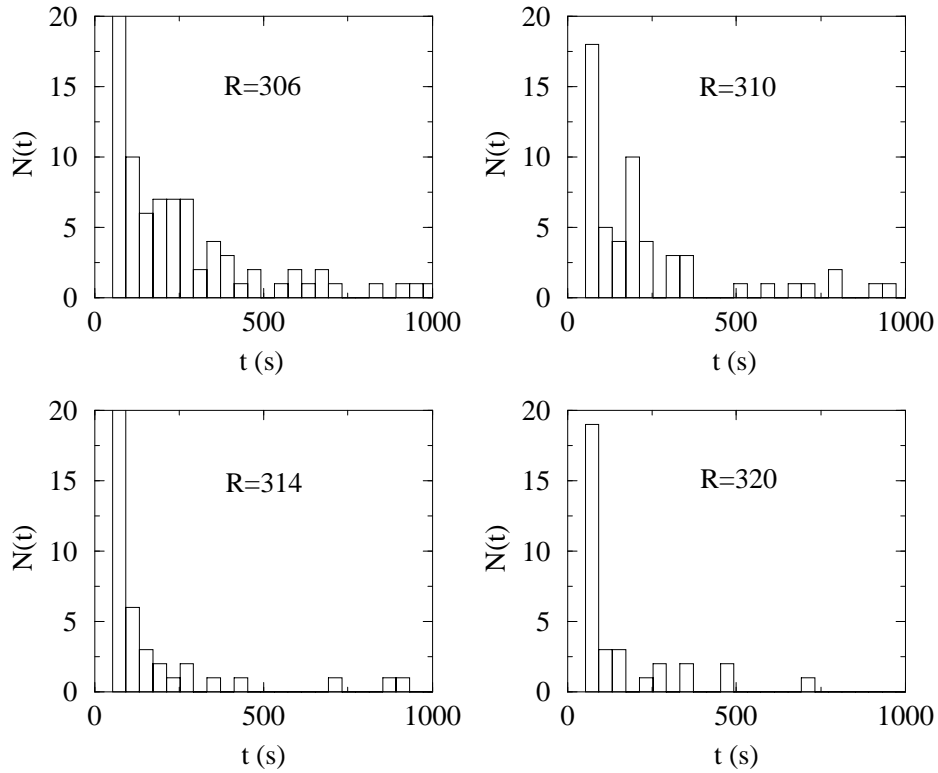


FIG. 3.7 - *Histogrammes bruts des durées des événements laminaires pour $R \in [306; 320]$.*

La figure 3.7 représente les histogrammes, pour chaque R étudié, des durées de vie des phases laminaires de toutes les expériences effectuées où la statistique a un sens. A faible R , la distribution présente un pic à temps très court, mais aussi un étalement d'événements longs. Lorsque R augmente on voit un rapprochement de ces événements longs vers le pic des événements courts.

La figure 3.8 représente les histogrammes des durées turbulentes pour les mêmes expériences. Ces distributions présentent un maximum prononcé à temps très court ($\simeq 100$ s). Lorsque R augmente, ces distributions s'étalent vers les temps longs.

Si nous voulons étudier de manière un peu plus précise le comportement des

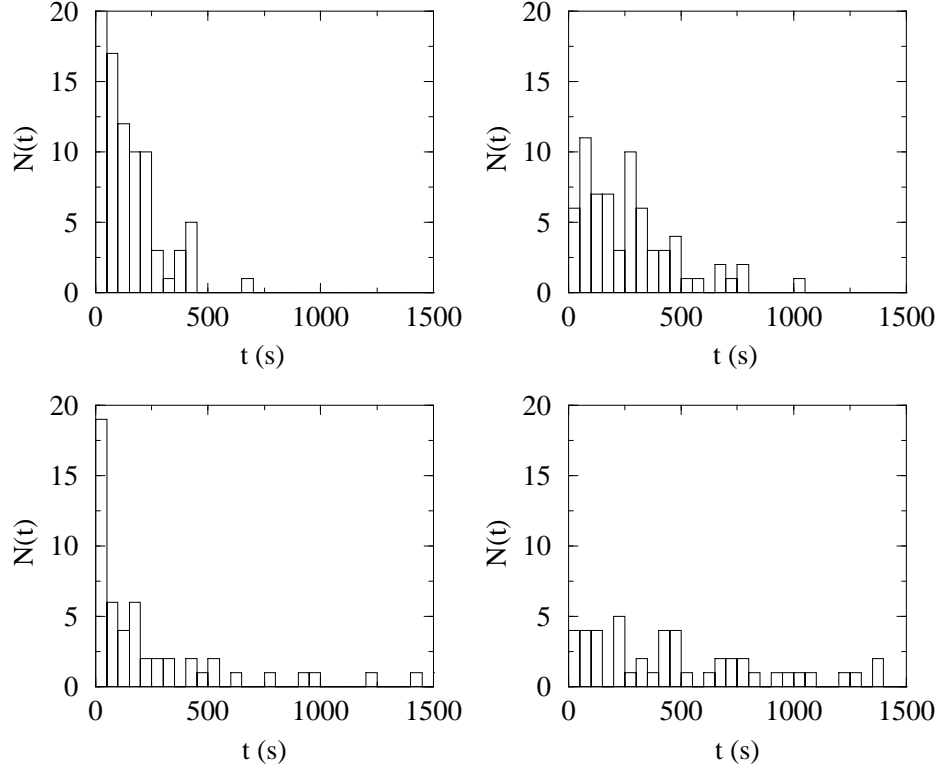


FIG. 3.8 - *Histogrammes bruts des durées des événements turbulents pour $R \in [306; 320]$.*

distributions de temps de vie pour chaque R , nous sommes obligés de passer en représentation cumulée étant donné le faible nombre d'événements et surtout l'étalement de la distribution.

La figure 3.9 (respectivement 3.10) représente les histogrammes cumulés décroissant des événements laminaires (resp. turbulents) en représentation lin-log et log-log.

Pour les phases laminaires, il est difficile de caractériser le comportement des distributions. Les moyens statistiques ne permettent pas se prononcer sur la nature de la transition; il faudrait accumuler beaucoup plus de données si tel était notre but, et cela serait très coûteux en temps.

Ceci nous amène donc à regarder d'un peu plus près la statistique des événements turbulents. Pour ces derniers, il est assez clair que l'on observe

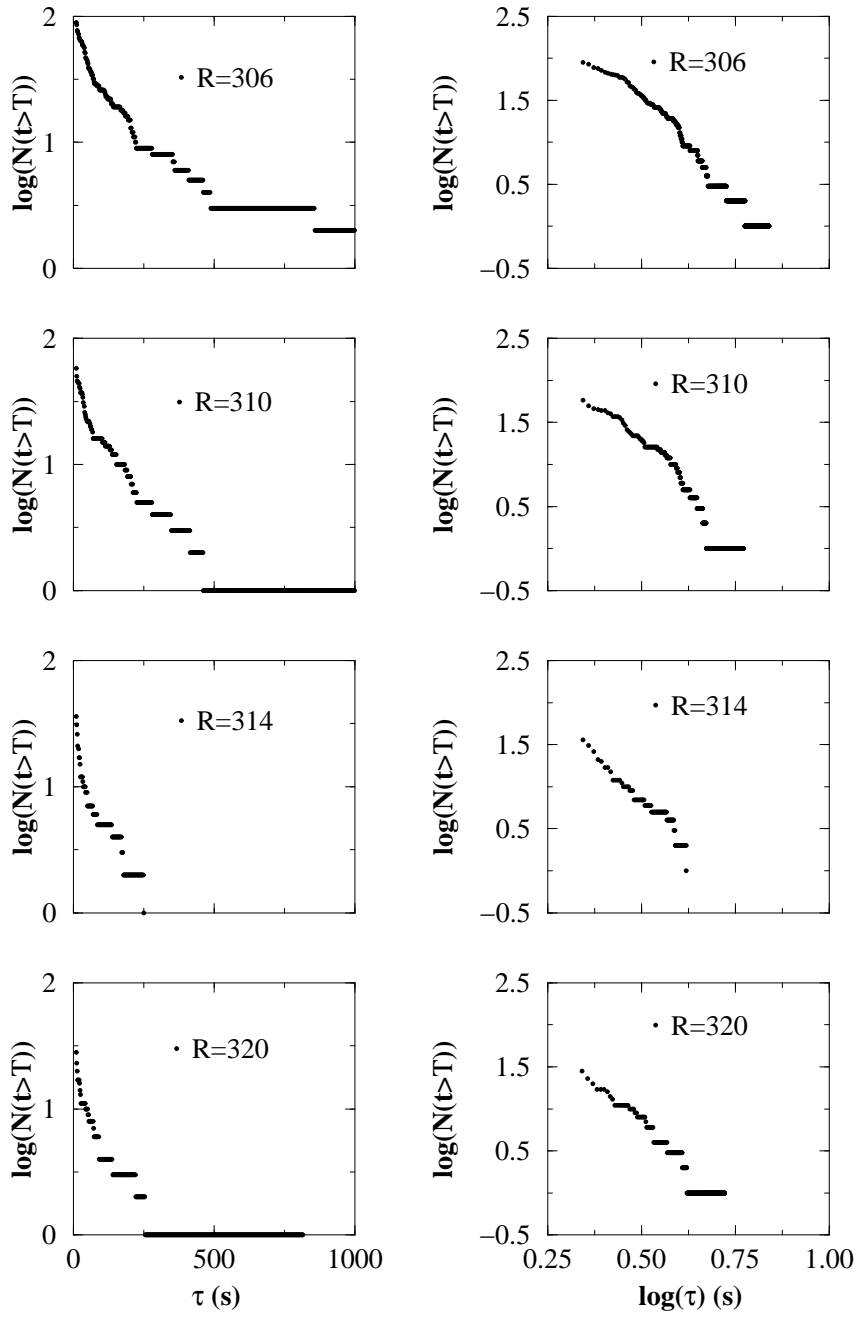


FIG. 3.9 - *Histogrammes cumulés décroissant en représentation lin-log (gauche) et log-log (droite), des événements laminaires, pour les valeurs de R intermédiaires où la statistique est suffisante.*

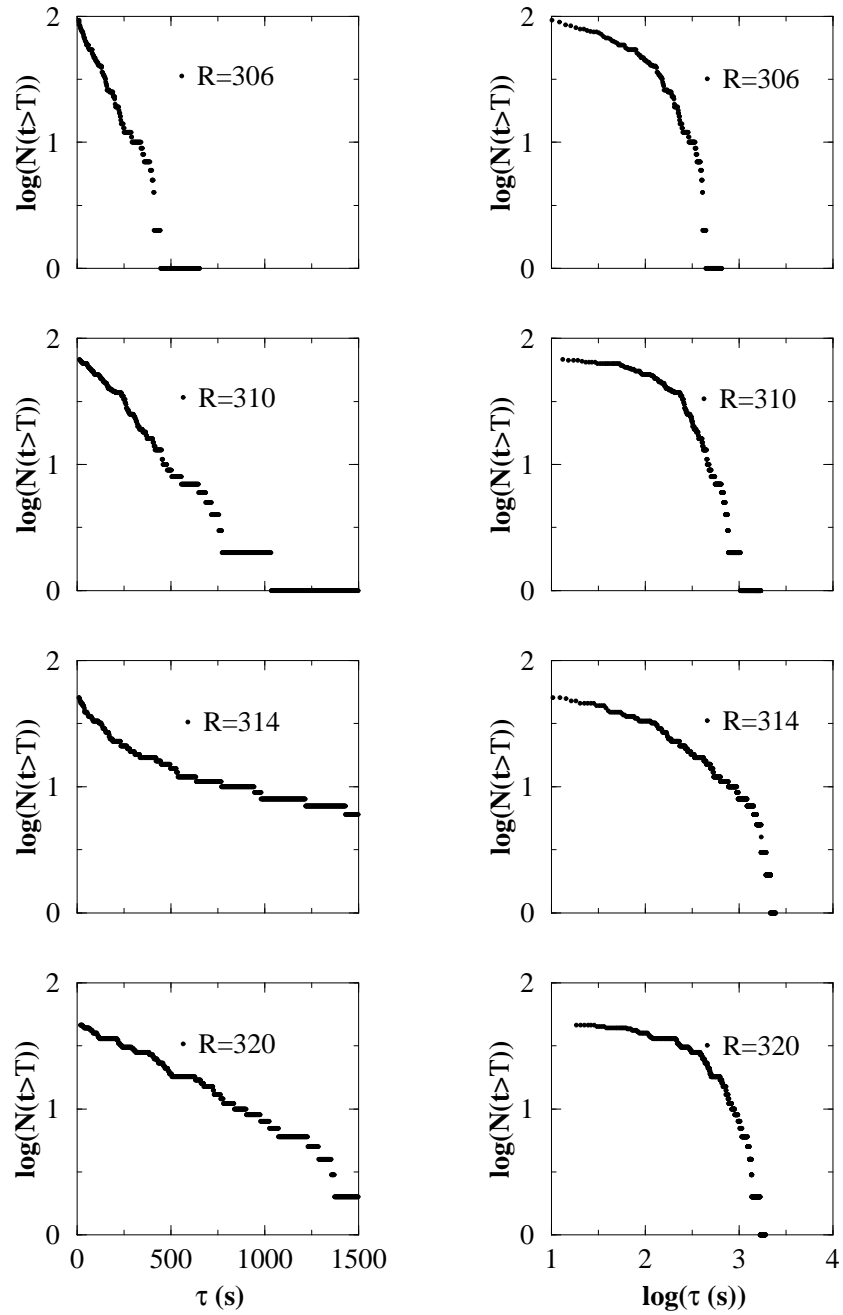


FIG. 3.10 - *Histogrammes cumulés décroissant en représentation lin-log (gauche) et log-log (droite) , des événements turbulents, pour les R intermédiaires où la statistique est suffisante.*

une décroissance exponentielle du temps de vie, qui est en accord avec la vision de transitoire chaotique pour un petit système, ou celle d'intermittence spatio-temporelle pour un grand système.

3.3.2 Conjectures

Si on se reporte d'une part à la conclusion de l'article précédent qui dit que le processus de déstabilisation possède un caractère purement temporel, d'autre part à la remarque sur le pic des longues durées laminaires qui diminue en fonction de R , on est tenté de faire une analogie avec l'intermittence temporelle de type I, même si dans notre cas, il n'y a pas de déstabilisation d'un cycle limite. En effet, la caractéristique de cette intermittence temporelle réside essentiellement dans le comportement des durées de vie des phases laminaires dont la valeur moyenne, assez bien définie et élevée près du seuil, diminue avec le paramètre de contrôle. L'analogie avec une intermittence de type III est exclue puisque aucun sous-harmonique n'est observé dans le processus de déstabilisation. Quoi qu'il en soit, il est délicat de pousser plus loin l'analogie étant donné que le phénomène de réinjection (et donc d'effondrement de l'état turbulent) de notre expérience reste fortement lié au caractère étendu du système.

Relaminarisation

Les histogrammes des durées de vie des événements turbulents nous renseignent plus sur le processus d'effondrement de la turbulence. La décroissance exponentielle des histogrammes suggère en effet un comportement de transitoire chaotique. Nous verrons plus loin, lors de l'étude du comportement asymptotique de l'écoulement non modifié, que cette propriété semble intrinsèque à l'écoulement de Couette plan, et constitue la première indication du type de transition vers la turbulence par laquelle passe l'écoulement. On retrouve donc ici la notion de système étendu évoquée par les observations directes du phénomène —auxquelles il est fait allusion dans l'article— qui semblent indiquer que, dès que la déstabilisation a lieu, le système retrouve tous ses degrés de liberté et explore tout l'espace. Ceci est particulièrement remarquable lorsque le domaine turbulent (spot ayant atteint les bords) une fois bien développé devient quasiment indépendant de la perle, et fluctue de la même façon que les spots turbulents dans un écoulement de Couette non perturbé. D'un point de vue plus conceptuel, l'effondrement de la turbulence doit faire intervenir un grand nombre de modes, le système ne pouvant plus

être décrit avec un petit nombre de degrés de liberté.

Mais revenons au processus de déstabilisation qui n'est pas identifié par les histogrammes des durées de vie.

3.3.3 Nature de l'instabilité secondaire

Nous proposons une explication sur la nature de l'instabilité secondaire (primaire si l'état de base est constitué de “rouleaux”) de l'écoulement modifié relativement à une étude dans l'écoulement de Taylor-Couette, où des comportements similaires d'intermittence ont été observés expérimentalement par Coles (1965) puis par Andereck et al. (1986). Dans ce cas, il s'agit d'intermittence entre un régime de domaines turbulents et un écoulement spatialement laminaire en forme de spirales inter-pénétrantes (IPS).

L'évolution en temps ne semble pas être périodique, et spatialement des spots se forment tandis que d'autres meurent, à des endroits aléatoires. Coughlin et Marcus (1996) ont donné une explication physique concernant l'apparition de ces bouffées turbulentes. L'écoulement se divise en deux zones. L'une proche du cylindre intérieur, est linéairement instable et vient exciter l'autre, linéairement stable. Ceci est vérifié expérimentalement par Hamill et al (1995).

Ce modèle aboutit à une prédiction théorique pour le comportement de $\langle \tau_{\text{lam}} \rangle \sim (R - R'_1)^{-1}$ avec $R_s = R'_1$ le seuil d'apparition de l'instabilité. En effet en effectuant une perturbation du type $A_0 e^{st}$, si on a une croissance exponentielle de l'instabilité, le temps caractéristique de la durée de vie de la phase laminaire:

$$\tau = s^{-1} \sim (R - R'_1)^{-1}$$

τ est donc une fonction de la distance à la bifurcation secondaire.

Cependant, cette analyse suppose que la relaminarisation, ou la réinjection est constante et qu'il n'y a pas d'intervention du bruit. Si on considère que la réinjection a en fait lieu au hasard, et que l'état de base peut-être légèrement modifié d'une relaminarisation à l'autre, il existe alors une distribution pour τ_{lam} , les durées de vie laminaires.

Dans l'écoulement de Couette plan, le phénomène semble être qualitativement du même type. Nous observons des bouffées de turbulence ayant une distribution de temps de vie qui varie avec R , de même que pour les bouffées laminaires, comme dans l'écoulement de Taylor-Couette. La figure 3.11 représente le tracé des valeurs expérimentales de la valeur moyenne du temps de vie de la phase laminaire, $\langle \tau_{\text{lam}} \rangle$, en fonction de $(R - R'_1)$ ainsi que la prédiction théorique liée à l'existence d'une instabilité linéaire. La meilleure correspondance entre les données expérimentales et la description en terme d'instabilité

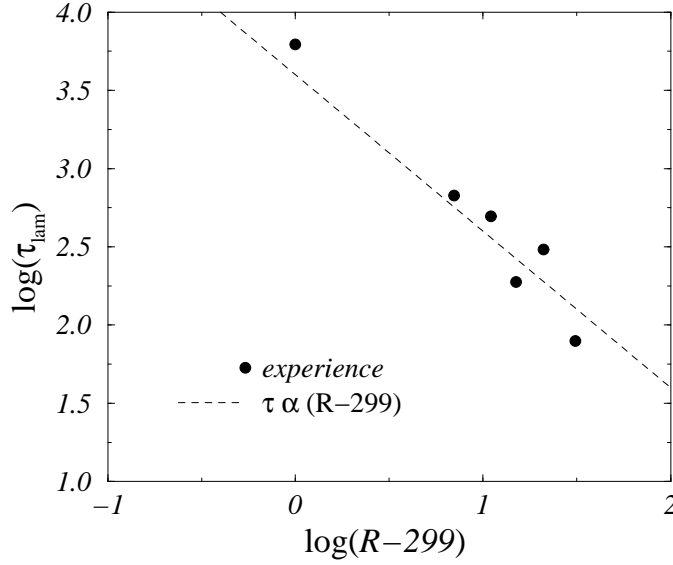


FIG. 3.11 - *Durée de vie moyenne des événements laminaires en fonction du R , les \bullet , représentent les données expérimentale, la ligne en pointillé le taux de croissance linéaire*

linéaire donne $R'_1 = 299$, qui est proche du seuil d'apparition de l'intermittence, et de la valeur trouvée pour décrire le comportement de F_t . S'il existe une distribution de τ_{lam} , alors les valeurs moyennes que l'on peut voir sur la Fig. 3.11 semblent en relativement bon accord avec la description d'une instabilité linéaire de l'écoulement composé de rouleaux autour de la perle. De plus, pour le cas de l'écoulement de Couette, on passe par une relaminarisation qui semble totale, après l'effondrement de la turbulence, et avant reformation des rouleaux. On peut alors imaginer que les nouvelles paires de rouleaux formées ne soient pas exactement les mêmes (par exemple d'intensité ou position différente) et entraînent cette distribution du temps de vie. Cette différence a d'ailleurs été observée expérimentalement sur les diagrammes spatio-temporels.

3.4 Conclusion

Pour le processus de déstabilisation, le bon accord que montre la comparaison entre les données expérimentales et la prédiction théorique du comportement de la durée de vie moyenne des événements laminaires, $\langle \tau_{\text{lam}} \rangle$, semble indiquer la possibilité d'une instabilité linéaire au voisinage de la perle, qui viendrait exciter la région non modifiée, donc linéairement stable, de l'écoulement.

ment. Ainsi, la déstabilisation de l'état de base se développe dans un espace plus grand, comme c'est le cas pour la turbulence spirale dans l'expérience de l'écoulement de Taylor-Couette. La perturbation par la perle, suffisante pour que l'écoulement deviennent localement linéairement instable, permet à l'instabilité linéaire secondaire de provoquer la déstabilisation dans le reste de l'écoulement même si ce dernier est sous-critique. Cependant, il faut quand même préciser que l'ajustement linéaire passe par la détermination de la valeur de R'_1 et de α , soit deux paramètres, et qu'il ne serait pas raisonnable, à ce stade, de trancher sur la nature de la transition. Même si la déstabilisation semble être un processus purement temporel, l'intermittence observée ne peut être associée à un scénario “classique” de transition vers la turbulence par intermittence temporelle au sens de Pomeau-Manneville (1980). En effet, la relaminarisation par effondrement global de la turbulence revêt un caractère spatial certain. La relaxation de la turbulence autour de la perle est alors du même type que l'effondrement d'un spot: i.e. typique d'un système étendu. De même, dès lors que le système se déstabilise et passe dans la phase turbulente, il semble que l'on assiste à une explosion du nombre de degrés de liberté: les rouleaux interagissent dans tous les sens et la poche turbulente devient quasi-indépendante de son point d'attache (la perle). Ceci implique que la comparaison avec un système à faible nombre de degrés de liberté ne peut être valide qu'avant l'apparition des bouffées turbulentes. D'un point de vue phénoménologique l'intermittence observée pourrait être du type *crises* décrite par Grebogi, Ott et Yorke (1982), impliquant des modifications globales dans l'espace des phases. Un scénario envisageable serait de considérer un état d'équilibre turbulent qui existe pour $R < 325$ mais qui deviendrait stable au dessus de 325. Si le bruit expérimental permet d'atteindre cet état, le système pourrait avoir des excursions intermittentes induites par le bruit (notion introduite par Lai et Grebogi (1996)) en dessous de 325 et resterait dans l'état turbulent au dessus.

Cependant, il est relativement difficile de réconcilier le processus de déstabilisation apparaissant comme un processus d'instabilité linéaire d'un système temporel, et la relaminarisation, plutôt associée aux transitoires chaotiques d'un système étendu. Un scénario d'intermittence temporelle est donc peu vraisemblable. Par contre, les résultats sont conciliables avec un phénomène plus complexe en termes d'intermittence spatio-temporelle, qui produit des transitoires chaotiques longs. En effet, ces transitoires sont la signature d'un répulseur chaotique, dont nous avons justement prouvé l'existence dans l'expérience présentée au prochain chapitre. Un autre point remarquable concerne le seuil de transition vers la turbulence persistante, R'_2 . C'est précisément le

même que celui obtenu avec la perturbation par un fil en diminuant R (trempe). De plus cette valeur de 325 à partir de laquelle la turbulence est persistante est également la valeur que l'on trouve pour l'écoulement non modifié. Quant au seuil de déstabilisation secondaire, R'_1 , il est comparable au seuil R_1 d'apparition de l'intermittence spatio-temporelle des rouleaux autour de fils de gros diamètre. L'intermittence autour de la perle est donc observée pour une gamme en nombre de Reynolds comparable à celle où est apparue l'intermittence spatio-temporelle autour du fil.

On peut donc interpréter ce phénomène comme un gel spatial de l'intermittence spatio-temporelle relatée au chapitre 2. En effet, c'est précisément en ce sens que l'expérience de l'écoulement autour de la perle possède la trace de l'existence d'un état complexe instable, qui est justement à l'origine de la transition discontinue, et donc de la nature de la transition de l'écoulement non modifié. Cette méthodologie pourrait être généralisable aux études de transition vers la turbulence dans les systèmes étendus puisqu'elle a l'avantage d'être un problème simplifié d'intermittence temporelle tout en gardant une trace du grand nombre de degrés de liberté, et surtout d'être prédictible du comportement de l'écoulement non modifié. Par exemple dans les écoulements ouverts, il pourrait être intéressant de voir si l'on obtient un comportement intermittent localisé.

C'est précisément cette signature d'intermittence spatio-temporelle qui va, en partie, motiver l'étude du chapitre suivant. Mais en anticipant un peu sur le déroulement des chapitres, on peut quand même dire que les résultats seront très semblables. Une extension de ces deux études pourrait d'ailleurs être une réexploitation du modèle numérique (présenté au chapitre 4.2) en présence d'un forçage local permanent, même si une question ouverte reste le rôle du bruit dans le phénomène de déstabilisation.

Chapitre 4

Caractérisation de la transition et étude des états asymptotiques.

Introduction

L'approche par déformation continue de l'écoulement a mis en évidence un comportement s'apparentant à l'intermittence spatio-temporelle pour les deux types de perturbation. Il semblerait donc que cet état soit intrinsèque à l'écoulement de Couette non modifié, ou en tout cas, qu'il joue un rôle déterminant dans la transition vers la turbulence. Avant la nôtre, aucune étude systématique n'a été entreprise dans cette direction, bien que l'écoulement de Couette, localement —et globalement— sous-critique possède tous les ingrédients pour présenter de l'intermittence spatio-temporelle. En effet il possède un état laminaire absorbant (i.e. linéairement stable, mais instable vis à vis de perturbation d'amplitude finie) et il est spatialement étendu. Deux questions se posent dès lors:

- Si l'intermittence spatio-temporelle est un état d'équilibre pour l'écoulement de Couette plan, il doit pouvoir être caractérisé par une fraction turbulente bien définie au dessus d'un certain seuil.
- Enfin, si il existe, s'agit-il d'un état permanent ou seulement d'un passage nécessaire lors de la transition vers la turbulence?

Ces questions nous conduisent à l'étude du comportement asymptotique

du système non modifié. Pour cela, nous avons choisi d'utiliser une perturbation locale instantanée. La méthode de perturbation est décrite en détail au chapitre 1 (§1.4). Dans cette étude, deux types d'expérience correspondant à des conditions initiales différentes sont entreprises. Dans l'une que nous appelons expérience de "bulles", nous perturbons l'écoulement par le jet d'eau avec une amplitude donnée à la valeur de R étudiée. La dénomination provient du fait que pendant les premiers instants après l'injection une tache turbulente de forme plutôt circulaire est formée, puis évolue vers différents états possibles, comme nous allons le voir par la suite. Dans l'autre, que nous appelons "trempe", une bulle turbulente est engendrée à $R = 380$, et nous la laissons évoluer naturellement. Lorsque cette bulle arrive à maturation (environ deux minutes), elle a plutôt l'allure d'un gros domaine turbulent (touchant les bords de l'envergure de la courroie), nous diminuons alors le nombre de Reynolds (en pratique la vitesse) jusqu'à la valeur R_q étudiée. La condition initiale est cette fois plus proche d'un état très turbulent (en surface occupée).

Les deux types de perturbation donnent qualitativement les mêmes résultats et conduisent à l'observation de trois types de comportements:

- Pour $R < R_u$ la perturbation relaxe de façon homogène vers l'état laminaire en un temps très court.
- Pour $R > R_c$ la bulle s'étend et donne un régime où la turbulence, sous forme de spot turbulent ou d'intermittence spatio-temporelle, est maintenue pendant des temps très longs.
- Pour $R_u < R < R_c$, nous observons de longs transitoires chaotiques où le système hésite entre les deux phases.

Nous détaillons dans la première partie les expériences effectuées avec le rapport d'aspect (§1.1.1) Γ_0 et particulièrement les expériences de trempe qui nous amènent à la prédiction d'une transition discontinue vers la turbulence via l'intermittence spatio-temporelle et à une analogie avec un modèle de réseau d'itérations couplées développé par Chaté et Manneville en 1988.

Dans la deuxième partie nous revisitons ces expériences et montrons que l'étude de la transition vers la turbulence doit être étudiée de manière statistique. L'étude statistique présentée est guidée par une étude en parallèle d'un modèle simple de réseaux d'itérations couplées présentant également de l'intermittence spatio-temporelle.

Dans la troisième partie, nous étudierons l'influence du rapport d'aspect sur les diverses caractéristiques de la transition, que ce soit du point de vue phénoménologique ou au niveau des seuils.

4.1 Premiers résultats et conjectures

Cette première partie est composée d'une lettre soumise à *EuroPhys. Lett.* en février 1998, et présente des résultats qualitatifs, sur les expériences de perturbation d'amplitude finie instantanée, ayant permis l'identification de trois régimes suivant les nombres de Reynolds. En dessous de $R_u \simeq 312$, les spots turbulents s'effondrent rapidement. Au dessus de $R_c \simeq 323$ une fraction de poche turbulente persiste dans l'écoulement et une valeur moyenne de la fraction turbulente peut-être définie, celle-ci augmente légèrement avec R . Pour $R \in [R_u, R_c]$, nous effectuons des trempes à partir d'un état turbulent étendu; les histogrammes des durées de vie des domaines turbulents présentent des queues exponentielles décroissantes. Ce comportement s'apparente à une transition discontinue vers le chaos spatio-temporel par intermittence spatio-temporelle que l'on peut observer dans certains réseaux d'itérations couplées bidimensionnels.

Discontinuous Transition to Spatiotemporal Intermittency in Plane Couette flow.

S. Bottin¹, F. Daviaud¹, P. Manneville^{2,1} and O. Dauchot¹

¹ *Groupe Instabilités et Turbulence,
Service de Physique l'État Condensé,
Centre d'Études de Saclay,
F-91191 Gif-sur-Yvette, France*

² *Laboratoire d'Hydrodynamique,
École Polytechnique,
F-91128 Palaiseau, France.*

Abstract

The plane Couette flow undergoes a globally sub-critical transition to turbulence. Turbulent spots generated by localized finite amplitude perturbations evolve differently depending on the Reynolds number R . Below $R_u \simeq 312$ they decay rapidly; above $R_c \simeq 323$ a fraction of spots turns to sustained turbulent patches and an average turbulent fraction can be defined, that slowly increases with R . Lifetime histograms of patches quenched in the range $R \in [R_u, R_c]$ display a well-defined exponentially decreasing tail. This behavior is reminiscent of the discontinuous transition to spatiotemporal chaos *via* spatiotemporal intermittency observed in certain two-dimensional lattices of coupled map.

Pacs 47.27.Cn Transition to turbulence

Pacs 47.20.Ky Non linearity

For years, the problem of the transition to turbulence in extended systems has been at the focus of numerous studies [1]. Contrasting with globally super-critical scenarios in terms of long wavelength modulations of patterns, phase instabilities, defect and phase turbulence, appropriate for nonlinear hydrodynamic systems such as Rayleigh–Bénard convection, the case of sub-critical systems is much less well understood. In practice, when the instability driving the system to turbulence is sub-critical, inhomogeneities may develop in the form of fluctuating domains separated by fronts [2]. In this context, spatio-temporal intermittency (STI) presents itself as a scenario with some degree of genericity. In few words, STI is a transition akin to directed percolation which, in turn, is a stochastic process defined on a lattice of cells evolving in time. Cells can be active or quiescent and a cell cannot become active by itself (absorbing state) but only by contamination from neighbors according to some probabilistic rule. For a sub-critical hydrodynamic instability, the former basic flow, which is still locally stable, would correspond to the absorbing state while the bifurcated flow would relate to the active state. Statistical properties of STI can further be interpreted within the framework of the theory of phase transitions and critical phenomena, and the average activity of the lattice —here called the turbulent fraction (F_t)— plays the role of an order parameter (for a brief introduction to STI, consult [3] and references therein). Based on the determination of F_t as a function of control parameters, continuous (second-order like) as well as discontinuous (first-order like) transitions have then been observed in model systems (coupled map lattices), depending on the nature of the local dynamics and the dimension of space [5].

From this viewpoint, plane Couette flow (pCf), the simple shear flow between parallel plates moving at the same speed but in opposite directions, represents a particularly interesting experimental case since it is linearly stable for all Reynolds numbers R [6] so that the transition to turbulence cannot but crucially depend on the nature of finite amplitude perturbations brought to the flow [7]. At large R , noise (i.e. small, essentially random, perturbations) is sufficient to destabilize the laminar pCf in an uncontrolled manner. By contrast, at intermediate R turbulence can be induced reproducibly either by triggering the flow [8] (for a numerical counterpart in direct simulations, see [9]) or deforming it slightly but permanently [10]. In contrast with previous experimental studies where STI was mostly studied in 1-D systems, (see [11] for references), pCf offers us a unique opportunity for studying this process in a two-dimensional geometry. Furthermore, in spite of the open-flow character of the system, a steady state can be achieved in this truly hydrodynamic situation owing to the absence of mean advection, which permits long lasting

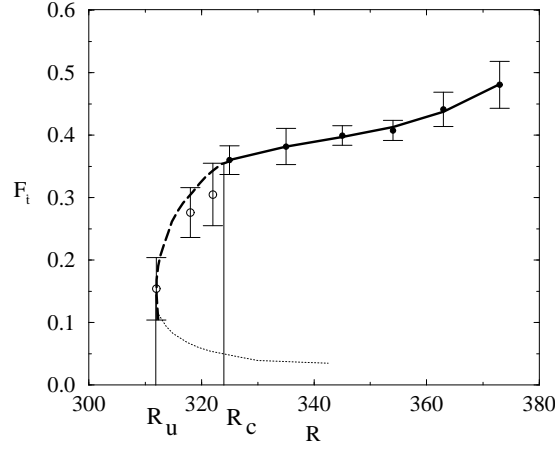


FIG. 4.1 - Average turbulent fraction $\langle F_t \rangle$ of transitional pCf as a function of the Reynolds number R and subsequent conjectured bifurcation diagram (see text for details).

observation of bifurcated solutions.

The main purpose of this letter is to present the first experimentally determined bifurcation diagram of pCf (figure 4.1) and to suggest a strong connection, at least at a phenomenological level, with the discontinuous transition *via* STI in a 2-D system reported in [5](b). Of course pCf (i.e. at intermediate R) has also been the subject of recent studies, both theoretical and numerical, either aiming at an understanding of instability mechanisms through modeling (notably [12] and related work), or attempting a quantitative characterization of attraction basins and chaotic transients within the framework of the theory of dynamical systems [13]. After the description of our experimental results on the statistics of pCf close to the threshold for sustained turbulence, we begin a discussion trying to situate the full problem of transitional pCf in this enlarged context.

Our pCf set-up is made of an endless transparent plastic band guided by rollers achieving a shear flow without mean advection between two walls moving in opposite directions (see [8] for details). The test section is about 1 m long. Using the width of the gap between the two walls as length unit, the span-wise and stream-wise aspect ratios are $\Gamma_z = \Gamma_0 \approx 35$ and $\Gamma_x \approx 190$, respectively. The Reynolds number is defined as $R = Uh/\nu$, where U is the speed of either wall, $2h = 7$ mm is the gap and ν the kinematic viscosity of the fluid (water). R is determined within an absolute accuracy of order 3%.

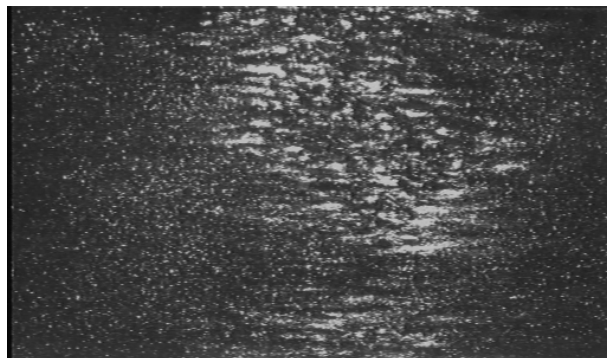
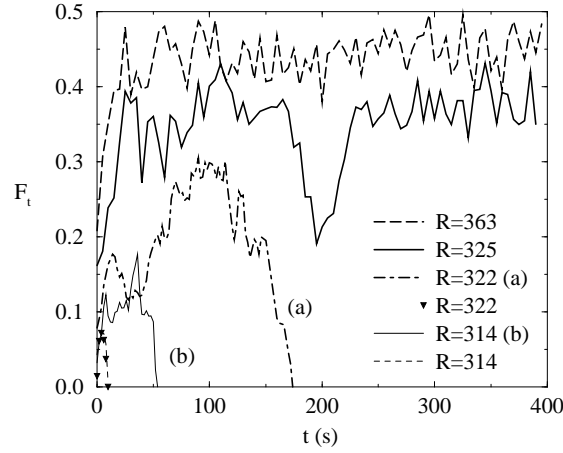


FIG. 4.2 - *Snapshot at time $t = 200$ of a turbulent domain for $R = 325$ (see also Fig.4.3).*

However, this applies only when measuring R in cold-start experiments. All along a given experiment campaign, R may be controlled within a much better relative accuracy and increments less than $\delta R = 1$ are meaningful, which turns out to be essential for our purpose. Two different kinds of experiments have been performed, which differ by the way the initial conditions are prepared. In the first one, called type-A in the following, spots are triggered by the small transverse jet, right at the value of R under investigation. By contrast in type-B experiments, we start from a turbulent state generated in the same way but at a much larger R ($\simeq 380$) where spots are left to mature during about 2 min before R is suddenly decreased down to the quench value R_q of interest.

A typical snapshot of turbulent domain is shown in figure 4.2. In the following, we determine the size of a domain from the surface it occupies, or rather as the ratio of its area to the total surface of the flow submitted to the shear, further called the *turbulent fraction* and denoted F_t to reconnect with the case of sustained STI. The turbulent area is evaluated from a picture of the whole surface of the experimental domain by image processing. The intermediate state made of counter-rotating stream-wise vortices seen in the surroundings of a turbulent domain, investigated in previous studies [8](b), is considered as part of the disordered state. The STI nature of the turbulent regime is more conspicuous in experiments with a doubled aspect ratio achieved by halving the gap, where a larger number of more independent fluctuating laminar and turbulent domains are seen to develop. Technical difficulties in controlling this experiment make us prefer to present the results obtained with the smaller as-

FIG. 4.3 - *Turbulent fraction versus time for type-A spots*

pect ratio set-up, though they are handicaped by more important size effects.

In type-A experiments, upon triggering the flow with jets of intensity close to critical [8](a), three different situations can be identified depending on the value of the Reynolds numbers. These different cases are illustrated in figure 4.3 which displays the evolution of the size of turbulent domains at different R . Below $R_u \simeq 312$, all spots abort rapidly and the lifetime distribution has the form of a narrow peak centered around 10 sec. Between R_u and $R_c \simeq 323$ the turbulent state is still only transient but while some spots abort shortly, others can stay alive for a long time before collapsing. Curves for $R = 314$ and $R = 322$ both correspond to this case. Aborted spots give curves essentially on top of each other for the two values of R (same culmination at $F_t \simeq 0.075$ and same duration). Runs giving the two other curves (a) and (b) are representative of long transients where F_t fluctuates significantly for a while before ultimately decaying to zero. For $R > R_c$ a finite fraction of runs remain in a state of sustained turbulence. The curve for $R = 325$ corresponds to a close-to-critical situation with a marked hesitation towards relaxation at $t \simeq 200$ sec where a sudden decrease of F_t is observed in figure 4.3. Such large fluctuations are due to partial collapse of the turbulent domain, as illustrated in figure 4.2 that displays a snapshot of the flow precisely at $t = 200$. However, in this specific case, F_t does not approach the level (~ 0.1) below which the flow deterministically returns to the laminar state (supporting the conjecture, to be developped below, of a subcritical transition), so that the turbulent regime recovers. Only long lasting observations can decide whether turbulence

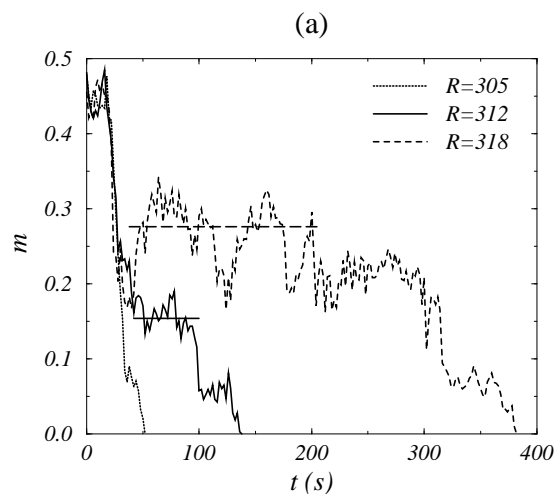


FIG. 4.4 - *Type-B transients during typical runs at various values of R .*

is asymptotically sustained. Finally, the fraction of runs ending in sustained turbulence steadily increases with R . The curve for $R = 363$ is representative of a high- R experiment where the asymptotic regime, reached after a brief transient, is well characterized by an average turbulent fraction $\langle F_t \rangle$.

Below R_c turbulence is not sustained, so that we can only measure the lifetime of the turbulent regime, i.e. the delay δt between the triggering and a complete return to laminar flow. But, when trying to determine the statistics of lifetimes, one has to face a difficulty linked to the fact that raw lifetime histograms (not shown) leads one to think that they result from the composition of two distributions with different characteristics. To understand their origin one has to return to flow observations and notice that long-lived spots can be classified according to whether or not they have reached a size comparable to the span-wise dimension of the set-up. We propose to call *turbulent patches* those that have apparently felt the lateral boundaries, keeping the term of *turbulent spots* for the others. Right now, one may suspect that the statistics of spots relate to the problem of the nucleation of the bifurcated flow while patches are rather relevant to its decay. Based on intermediate aspect-ratio experiments, this distinction can be extended to the large aspect-ratio limit, gaining some more theoretical significance. We are thus led to define turbulent patches as large domains of bifurcated flow with a spatiotemporally fluctuating mixture of laminar and turbulent flow. In other words, spots can be viewed as small, rather homogeneous, turbulent domains which, if they do not decay too early, turn to patches as soon as they grow sufficiently to experience spot

splitting [14], i.e. partial and temporary collapse towards laminar flow. The interpretation of the histograms thus appears complicated by the fact that there can be patches shorter than the longest spots.

By contrast with type-A runs that mix statistical properties of spots and patches, type-B experiments systematically produce turbulent patches by quenching spots matured at a higher Reynolds number. In the present letter, we restrict ourselves to this simpler case deferring a thorough discussion of the intermingled issues involved in the statistics of type-A experiments (nucleation, growth, and decay of spots/patches in connection with size effects) to a forthcoming publication [15].

While quenching down to $R_q > R_c$ always yields a sustained turbulent state with the same asymptotic average turbulent fraction $\langle F_t \rangle$ as for type-A experiments, when $R_q < R_c$ the turbulent flow always relaxes to the laminar state after a transient of variable duration. Figure 4.4 displays the evolution of the turbulent fraction for three such type-B experiments ($R_q < R_c$). All the curves start by a short plateau at $F_t \simeq 0.45$ but while, for $R_q = 305$ F_t decreases rapidly to zero —representative of all experiments with $R_q < R_u \simeq 312$ —, for $R_q = 318$ a wildly fluctuating intermediate stage of about 300 sec shows up before the ultimate decay stage. The case at $R_q = 312$ appears to be somewhat in-between with a possibly significant shorter plateau at a lower average value. The lifetime of the transient is defined as the delay δt between quenching to the R -value of interest and complete tranquilization. Statistics of lifetimes have been performed over between 50 and 120 independent runs, depending on the value of R_q . Cumulated histograms of transient lifetimes δt longer than a given value τ , $N(\delta t > \tau)$, are displayed in figure 4.5 as functions of τ for several values of R . A clear exponential tail $N(\delta t > \tau) \propto \exp(-\tau/\tau_B)$ is visible, with τ_B rapidly increasing as R_q approaches 323 from below. According to the exponential-decay hypothesis, a good estimator for τ_B is obtained from the mean value of the lifetimes ($\langle \delta t \rangle \sim \tau_B$) at given R . Plotting the inverse of this quantity as a function of R_q (figure 4.6) strongly suggests a divergence of τ_B in $1/(R_* - R_q)$, where the extrapolated value $R_* \simeq 323$ can be identified with the previously announced critical value R_c .

Our experimental results are completed by the determination of the average turbulent fraction $\langle F_t \rangle$ as a function of R , yielding the bifurcation diagram of figure 4.1. For $R > R_c$, a stationary regime of sustained turbulence is obtained and a genuine average can be determined with some precision (see curve for $R = 363$ in Fig. 4.3. This is done by taking the mean of F_t measurements over 200 images taken every 20 sec in the asymptotic regime after the end of the growth stage of type-A experiments, and over 10 independent experi-

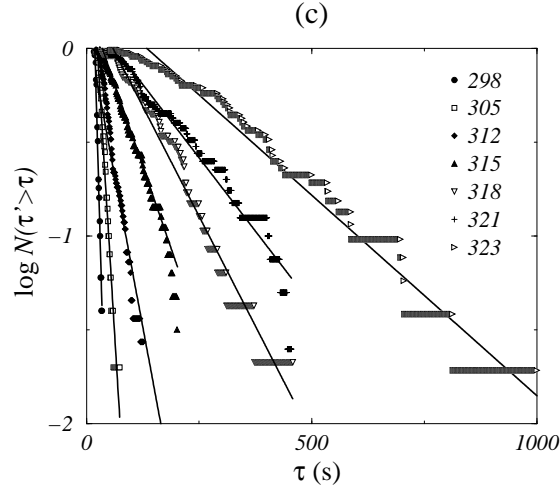


FIG. 4.5 - *cumulated lifetime distributions for type-B turbulent transients at different values of the quench Reynolds number $R_q < R_c$ evidencing exponential decay (lin-log scales; solid lines are fits through the experimental data points).*

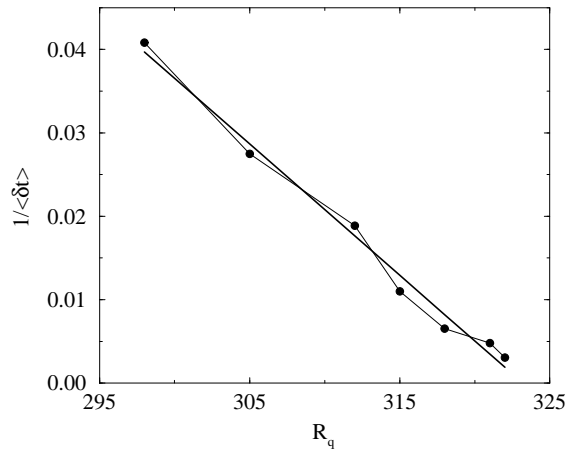


FIG. 4.6 - *Variation of the inverse average decay time $1/\langle\delta t\rangle$ as a function of R_q extrapolating to zero at $R_* = R_c \simeq 323$.*

ments at the same given R . Error bars have thus a true statistical meaning. The corresponding data points are displayed as filled circles in figure 4.1; a continuous line has been drawn through them. Below R_c but above R_u , $\langle F_t \rangle$ no longer exists strictly speaking, but finite-time averages can be determined for long lasting turbulent patches (type-B). This cannot be done automatically as before since the terminal decay stage has to be eliminated before the mean is taken. Furthermore, as can be understood from Fig. 4.4, visual inspection of individual records is required to decide, case by case, the time extension of the plateau over which the average is to be taken. Values obtained for $R < R_c$ are therefore much more uncertain and error bars now represent the extreme excursions of F_t before the ultimate decay. Nevertheless, we plot them as open circles and draw a dashed line through them in figure 4.1 since, as discussed below, we believe they correspond to a well defined, meta-stable, state of the flow. Finally, the dotted line is just a conjecture supported by the existence of aborted spots that never reach a sufficiently large F_t to persist.

Let us begin the discussion by noting that the bifurcation diagram in Fig. 4.1 is fully compatible with the idea of a sub-critical bifurcation, especially when taking into account the dotted line (lower branch) suggestive of a separatrix in phase space within which deterministic return to laminar flow prevails (attraction basin of the laminar basic state) and beyond which other states become relevant. In this perspective, the upper branch (dashed and continuous line) would represent the concurrent state. In the simplest case of a dynamical system with a one-dimensional state space of the form $dA/dt = F_R(A)$, where A is the degree of freedom (here the order parameter mimicking an effective degree of freedom) and R the control parameter, an analogy can be drawn with thermodynamic phase transitions in the spirit of Landau theory. A bifurcation diagram equivalent to Fig. 4.1 is then obtained and potential $G_r = - \int F_r(A) dA$ can be computed which, in the presence of noise, accounts for the meta-stability of the higher-potential, locally stable, state with respect to the other. Here as well as for the discontinuous transition to spatiotemporal chaos *via* STI reported in [5] (b), there is no known equivalent to such a potential but meta-stability of the bifurcated state manifests itself in right the same way. At any rate, the thermodynamic analogy also calls for an interpretation of type-A experiments in terms of nucleation theory, which is still under study [15].

A complementary interpretation stems from the similarity between the decay of the turbulent state and transients escaping from the neighborhood of a chaotic repeller in the theory of dissipative dynamical systems [16]. The exponential distribution of transient lifetimes arises from the fractal structure

of the attraction basin of the basic state. For pCf this phenomenon has been studied numerically by Schmiegél and Eckhardt [13] who determined the map of lifetimes as a function of the perturbation amplitude and Reynolds number. A difficulty in using their results comes from the fact that the size of the computational box is small so that the numerical simulation involves small three-dimensional scales, while we observe rather the dynamics of coherent structures more or less aligned with the flow in an extended geometry (see Fig. 4.2) . So, having noticed that STI is a process where local transient chaos is converted into sustained turbulence by spatial coupling, we may try to understand the transformation, observed at R_c , of a repeller into an attractor (both made of the turbulent patches defined earlier) by building semi-realistic local models in the spirit of [12].

* * *

The authors would like to thank H. Chaté for enlightening discussions, and C. Gasquet and D. Popot for technical assistance.

Bibliographie

- [1] M.C. Cross and P.C. Hohenberg *Rev. Mod. Phys.***65**(1993) 851.
- [2] Y. Pomeau *Physica D***23**(1986) 3.
- [3] H. Chaté and P. Manneville “Spatiotemporal intermittency” in [4].
- [4] P. Tabeling and O. Cardoso *Turbulence. A Tentative Dictionnary*, Plenum Press (1995).
- [5] H. Chaté and P. Manneville (a) *Physica D***32** (1988) 409; (b) *Europhys. Lett.***6** (1988) 591.
- [6] V. A. Romanov *Funk. An.i Prol.* **7** (1970) 137.
- [7] The transition we observe is reminiscent of intermittency in the interpenetrating spiral regime studied by Andereck et al. (*J. Fluid Mech.* **164** (1986) 155.), after the pioneering work of Coles (*J. Fluid Mech.* **21** (1965) 385.) who gave first evidence of the subcritical character of the transition to turbulence in the Taylor–Couette flow with counter-rotating cylinders.
- [8] O. Dauchot and F. Daviaud (a) *Europhys. Lett***28**(1994) 225. (b) *Phys. Fluids***7**(1995) 335.
- [9] A. Lundblad and A.V. Johansson *J. Fluid Mech.***229**(1991) 499.
- [10] S. Bottin, O. Dauchot and F. Daviaud *Phys. Rev. Lett.* **79** (1997) 4377.
- [11] F. Daviaud “Experiments in 1D turbulence” in cite [4].
- [12] F. Waleffe *Phys. Fluids***9**(1997) 883.
- [13] A. Schmiegél and B. Eckhardt *Phys. Rev. Lett.***79**(1997) 5250.

- [14] D.R. Carlson, S.E. Widnall and M.F. Peeters *J. Fluid Mech.* **121**(1982) 487 .
- [15] S. Bottin, H. Chaté to appear in European Physical Journal B, (1998).
- [16] T. Tel “Transient Chaos” in: *Experimental Study and Characterization of Chaos. Directions in Chaos, Vol 3. Hao Bai-lin ed., World Scientific, Singapore* (1990).

4.2 Analyse statistique de la transition vers la turbulence

Cette deuxième partie est composée d'un article soumis à *EPJ B* en avril 1998 comprenant deux études distinctes, l'une en laboratoire dans la continuité de la partie précédente, l'autre sur ordinateur —effectuée par Chaté—, mais menées en parallèle et en interaction. Nous présentons une analyse statistique des résultats expérimentaux, guidés par l'étude du modèle d'un réseau d'itérations couplées. Nous confirmons que ce type de chaos spatio-temporel est pertinent dans le contexte de l'écoulement de Couette, où la stabilité linéaire de l'état laminaire assure la sous-criticalité locale nécessaire à l'IST.

La partie expérimentale réexamine les expériences de trempes dans le régime où $R < R_c$ définissant ainsi de manière précise le seuil R_c , au dessus duquel l'état turbulent intermittent coexiste avec l'état laminaire. Nous présentons les résultats analogues pour les expériences de “bulles” (perturbation par le jet) et insistons sur la différence avec la condition initiale précédente. Au dessus du seuil, nous examinons l'influence de l'amplitude de perturbation de façon statistique. Nous la relierons d'une part à une taille effective de perturbation, pour nous assurer de sa pertinence. D'autre part, nous effectuons une analyse en terme de pourcentage de survie, au delà d'un temps de coupure, sur un grand nombre d'expériences pour déterminer une amplitude critique de perturbation en fonction du nombre de Reynolds. La comparaison avec les résultats numériques du modèle simple d'un réseau d'itérations couplées confirme l'hypothèse d'une transition discontinue vers l'intermittence spatio-temporelle.

Statistical Analysis of the Transition to Turbulence in Plane Couette Flow

S. Bottin and H. Chaté

*Service de Physique l'État Condensé,
Centre d'Études de Saclay,
F-91191 Gif-sur-Yvette, France*

Abstract

We argue on general grounds that the transition to turbulence in plane Couette flow is best studied experimentally at a statistical level. We present such a statistical analysis of experimental data guided by a parallel investigation of a simple coupled map lattice model for spatiotemporal intermittency. We confirm that this generic type of spatiotemporal chaos is relevant in the context of plane Couette flow, where the linear stability of the laminar regime at all Reynolds numbers insures the necessary local subcriticality. Using large ensembles of similar experiments, we show the existence of a well-defined threshold Reynolds number above which a unique, turbulent, intermittent attractor coexists with the laminar flow. Furthermore, our data reveals that this transition to spatiotemporal intermittency is discontinuous, i.e. akin to a first-order phase transition.

Pacs: 47.20.-k Hydrodynamic stability

Pacs: 47.20.Ky Nonlinearity (including bifurcation theory)

Pacs: 47.27.Cn Transition to turbulence

Pacs: 05.45.+b Theory and models of chaotic systems

The plane Couette flow, in which a fluid layer is sheared between two parallel plates moving with opposite tangential velocities, offers one of the most intriguing frameworks for studying the transition to turbulence. Whereas the simple linear laminar velocity profile is stable at all Reynolds numbers R [1], it is well known that finite-amplitude perturbations may trigger abrupt, localized transitions to turbulent spots if R is sufficiently large [2, 3, 4].

Despite an already considerable literature on plane Couette flow, the statistical aspects of this important case of transition to turbulence have so far been largely unexplored. Most works were performed from a rather conventional fluid dynamics point of view, e.g. in order to uncover particular nonlinear solutions not continuously related to the laminar flow [5, 6], or to extend the stability analysis of the laminar profile to account for long “transients,” by exploiting the so-called non-normality of the linear operator [7].

At a more qualitative level, it has been recognized that plane Couette flow possesses all the necessary ingredients for exhibiting spatiotemporal intermittency, a generic type of spatiotemporal chaos akin to the behavior of directed percolation-like models above threshold [8]. Indeed, the sustained disordered regimes observed at relatively high Reynolds numbers, in which turbulent spots move, grow, decay, split, and merge, have been described in terms of a “contact process”, i.e. a process in which active/turbulent regions may invade absorbing/laminar domains where disorder cannot spontaneously emerge [3]. Even though spatiotemporal intermittency refers to spatially-extended deterministic systems, this high-dimensional chaotic behavior is best described and analyzed from a statistical viewpoint, as suggested by the analogy sketched above with probabilistic cellular automata with one absorbing state, a class of models much studied in non-equilibrium statistical mechanics (see, e.g., [9]). Furthermore, as argued in detail below, the spatiotemporal intermittency framework implies that the turbulent regimes of plane Couette flow *must* be approached statistically. As a matter of fact, this was implicitly realized by Daviaud et al. [3], who presented results based on small ensembles of about 10 experiments.

In this work, we present extensive experimental results on the transition to turbulence in plane Couette flow. Large ensembles of similar experiments were performed to provide meaningful statistics. Their analysis is guided and supplemented by parallel results obtained through numerical simulations of a coupled map lattice model showing spatiotemporal intermittency. Our general conclusion is that the experimental results are fully consistent with a discontinuous (first-order like) transition to spatiotemporal intermittency. This confirms the findings of a recent short paper [10], of which our work can be seen as an extension.

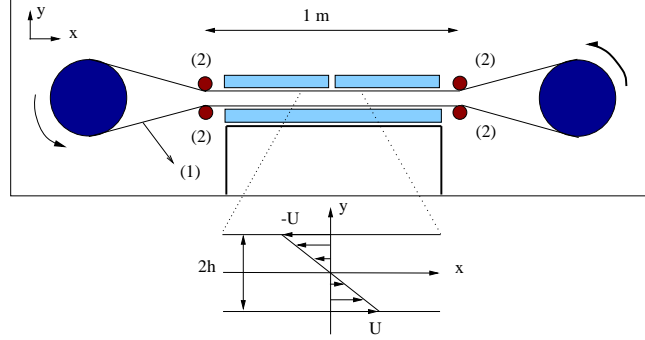


FIG. 4.7 - *Experimental setup with (1): transparent plastic belt, (2): guiding cylinders, immersed in a tank filled with water, and velocity profile of the basic flow).*

The paper is organized as follows. In Section 4.2.1, we briefly present the experimental setup and detail the proposed analogy between the turbulent regimes of plane Couette flow and spatiotemporal intermittency. The basic results for the transition to spatiotemporal intermittency are recalled in Section 4.2.2, with the help of the coupled map lattice model mentioned above to guide the statistical analysis of experimental results. A general definition of the threshold Reynolds number in plane Couette flow is given in Section 4.2.3. In Section 4.2.4, we revisit the “quench” experiments already presented in [10], in which a highly-turbulent system is suddenly brought to lower R values, and compare them to similar numerical experiments performed on our simple reference model. Section 4.2.5 is devoted to “bubble” experiments of the type first performed by Daviaud et al. [3], where a controlled, localized perturbation is introduced into the laminar flow. A detailed statistical analysis is presented both below and above threshold, together with the corresponding results obtained on the reference model. We conclude (Section 4.2.6) with a general discussion of our results and perspectives at both the experimental and modeling levels.

4.2.1 General setting

Experimental setup and basic flow regimes

The experimental setup has already been described in details elsewhere [3]. Here, we recall only its main characteristics. The flow is realized inside a long belt of transparent plastic (1) maintained in tension and guided by two

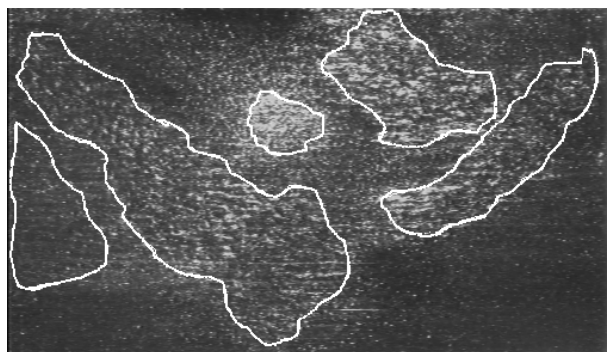


FIG. 4.8 - *Typical snapshot of the flow in a sustained spatiotemporal intermittency at $R = 320$. This image was taken during an experiment realized with a gap $2h$ twice smaller than that used in the statistical analysis presented here ($2h = 3.5\text{mm}$).*

rollers (2), as seen in Fig 4.7. We use a gap $L_y = 2h = 7\text{mm}$ between the two “plates”. The control parameter is the velocity $\pm U$ (measured in the lab frame) of the plates, so that the Reynolds number is $R = Uh/\nu$ with ν the kinematic viscosity of water, the fluid used. The spanwise and streamwise aspect ratios are, respectively, $\Gamma_z \equiv L_z/2h \simeq 35$ and $\Gamma_x \equiv L_x/2h \simeq 190$. The measurements reported in this work derive from image-processing of a video recording of the central plane between the plates. To this aim, the flow is seeded with iriodin, and illuminated by a thin laser sheet in the central (x, z) plane.

At large Reynolds number, a highly turbulent state arises spontaneously, the small inhomogeneities and/or boundary effects being large enough to destabilize the laminar flow. Decreasing R slowly, turbulence is only intermittent: a typical snapshot (Fig. 4.8) reveals strongly disordered patches separated by regions in which the flow is very close to the laminar profile. At any given point in space, the recorded activity is also intermittent, in the form of a “telegraphic” signal composed of a succession of turbulent and laminar periods. Such regimes, which do *not* arise when increasing R “adiabatically”, can be sustained indefinitely in our experiment at large enough R . Decreasing R further, turbulent spots eventually disappear, and the fully laminar flow is always observed asymptotically.

The fine structure of the turbulent regions is still mostly unknown, and has motivated numerous hydrodynamical studies. From the view point adopted here, it is largely irrelevant, as long as the fronts separating the two basic states of the flow are sharp enough. The streamwise vortices often detected around the edges of turbulent regions [11] set the scale of the front width.

This rather well-defined width is the condition for a reliable and meaningful detection by image processing.

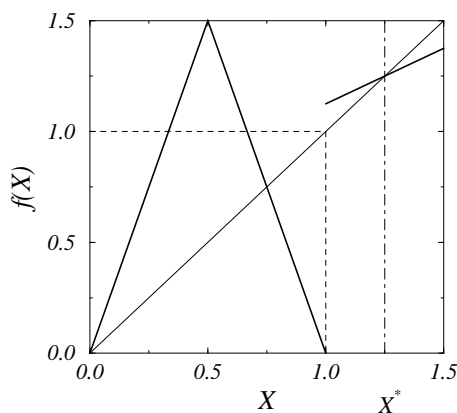
Analogy with spatiotemporal intermittency

As argued above, the intermittent character of the flow both in space and time allows us to distinguish two different *local* states. The laminar state can be defined rather accurately by reference to the stable linear velocity profile. The “turbulent” state, however, largely reflects our (voluntary) ignorance of the structure of turbulent spots. This reduction to two states should be seen as a first-order approximation which, nevertheless, should not influence the results presented below, at least at a qualitative level.

A crucial point is that the two local states are asymmetric: the linear stability of the basic flow implies that large laminar regions may only get destabilized at their boundaries with turbulent spots or under the influence of external finite-amplitude perturbations (in the assumed absence of long-range interactions). This is the case at least in an ideal (noiseless) experiment performed in an infinite (x, z) domain. In practice, there is always a Reynolds number above which residual noise or imperfections at the boundaries are strong enough to trigger turbulent regions, given that the metastability of the laminar state “decreases” with R [12, 13].

Nonetheless, the essential ingredients of spatiotemporal intermittency are present: one can picture —at a crude but informative level— the complex space-time evolution of the intermittent regime as a *contact process* between two states, one of which (the laminar one) is *absorbing*. This vocabulary refers to a large class of statistical mechanics problems, of which directed percolation is the most famous [9]. However, this privileged situation can be somewhat misleading, since directed percolation is known mostly for exhibiting a continuous (second-order like) phase transition marking the limit of sustained existence of active sites. As a matter of fact, contact processes such as two-state probabilistic cellular automata with one absorbing state do not all exhibit continuous transitions. For space dimensions of two and higher —the case of interest here— discontinuous transitions are possible as well [14].

To illustrate these ideas, in the next section we do not use probabilistic cellular automata such as those evoked above, but, rather, introduce a simple spatially-extended dynamical system for which disorder arises from deterministic chaos. This is a choice motivated only by our will to stay within a framework sometimes thought more suitable for fluid flows.

FIG. 4.9 - *Local map f of the coupled map lattice model.*

4.2.2 A minimal model of reference

The analogy mentioned above between spatiotemporal intermittency and contact processes such as directed percolation, originally suggested in a seminal paper by Pomeau [15], was investigated using various kinds of spatially-extended dynamical systems [16]. In order to deal with the “core” issues and only them, a minimal model was designed in the form of a coupled map lattice, i.e. a discrete-time, discrete-space dynamical system [17]. In the following, we consider the two-dimensional version of this model, and revisit the results obtained in [18] in the context of the transition to turbulence in plane Couette flow.

Space is represented by a square lattice with real variables $X_{i,j}$ at each node updated synchronously at discrete timesteps according to:

$$X_{i,j}^{t+1} = (1 - \varepsilon)f(X_{i,j}^t) + \frac{\varepsilon}{4}(X_{i+1,j}^t + X_{i-1,j}^t + X_{i,j+1}^t + X_{i,j-1}^t) \quad (4.1)$$

where ε is the diffusive coupling strength. The local map f is defined by (Fig. 4.9):

$$f(X) = \begin{cases} rX & \text{if } X \in [0, 1/2] \\ r(1 - X) & \text{if } X \in [1/2, 1] \\ k(X - X^*) + X^* & \text{if } X > 1 \end{cases} \quad (4.2)$$

with $X^* = (r + 2)/4$, $|k| < 1$, and $r > 2$ ($r = 3$ in this work).

Although by no means unique, this choice of f reflects the basic requirements for spatiotemporal intermittency: as long as $X < 1$, the evolution under

f is chaotic (f is then just a tent map of slope $r > 1$). This chaos is transient only because the unit square is not invariant ($r > 2$), and one eventually reaches a fixed point when $X > 1$. The local phase space of f is thus a chaotic repeller connected to a stable fixed point. This provides a natural distinction between a “turbulent” ($X < 1$) and a “laminar” local state. When ε is small, the evolution of the lattice is similar to the uncoupled case: every site eventually reaches a fixed point whatever its initial value. For large ε , however, the influence of neighbors can be strong enough to bring a site back into the turbulent state, and spatiotemporal chaos can be sustained: the local chaotic repeller gives rise to a global chaotic attractor. Of course, the emergence of sustained spatiotemporal intermittency requires that at least some sites initially be in the turbulent state. In other words, the laminar state is absorbing: if a site and its neighbors are laminar at time t , then the central site remains laminar at time $t + 1$ independent of the value of ε .

The chaotic regimes, intermittent in both space and time, are observed above some well-defined threshold value ε_c . At the crudest level, following the analogy with contact processes such as directed percolation, the transition can be monitored by the behavior of $\langle m \rangle$, the time-averaged turbulent fraction, or, equivalently, the mean concentration of active sites, treated here as the “order parameter”.

It was shown numerically in [18] that the transition occurring at ε_c can indeed be considered as a phase transition similar to that of contact processes. It was further shown that its nature depends upon the parameter used: for $k = 1$, the transition is continuous (second-order like), i.e. the order parameter goes continuously to zero when decreasing ε , like $\langle m \rangle \sim (\varepsilon - \varepsilon_c)^{-\beta}$ with a critical exponent $\beta \simeq 0.52$ close to, but different from, the corresponding directed percolation value ($\beta_{DP} \simeq 0.58$) (Fig. 4.10a). For $k < 1$, however, the transition is discontinuous (first-order like) and $\langle m \rangle$ jumps to zero at $\varepsilon = \varepsilon_c$ (Fig. 4.10b).

4.2.3 Defining a threshold in plane Couette flow

The brief description, given in Sec. 4.2.1, of the various regimes observed in plane Couette flow suggests the existence of a threshold Reynolds number R_c below which all turbulence eventually dies out, and above which sustained disordered regimes may be observed. It is also clear from the previous section that this definition coincides with that of ε_c in our minimal model for spatiotemporal intermittency. In terms of the total phase space of the system, no chaotic attractor exists below threshold. If, moreover, there is no non-laminar,

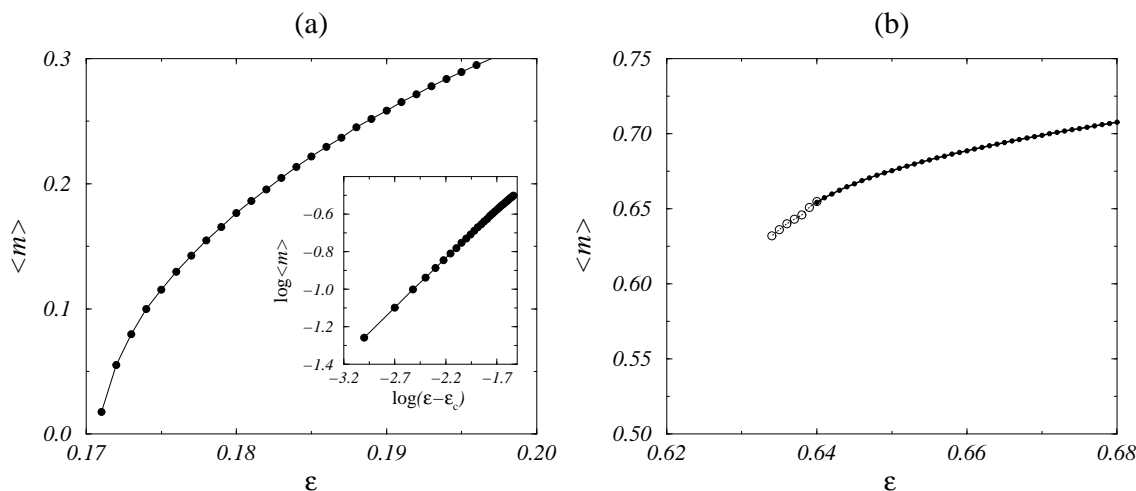


FIG. 4.10 - Time-averaged turbulent fraction vs coupling parameter in the coupled map model. (a) $k = 1$ (continuous transition) $\langle m \rangle$ goes continuously to zero at $\epsilon_c \simeq 0.171$. Inset: log-log plot showing the algebraic decay of $\langle m \rangle$. (b) $k = 0.5$ (discontinuous transition) $\langle m \rangle$ jumps to zero at $\epsilon_c \simeq 0.64$. The dashed line indicates the metastable states observed below threshold.

non-chaotic attractor, this is equivalent to saying that the laminar flow is the global attractor of the system below threshold.

Despite its simplicity, the above definition has only been investigated quantitatively recently [10]. One of its inherent problems is that it implicitly refers to the behavior of an infinite system observed over infinitely long periods. In practice, one always has to deal with finite-size systems and finite observation times, although such size effects can usually be accounted for, and rather safe extrapolations to the infinite-size limit can be made. In our experimental system, for example, one can measure $m(t)$ (defined here as the total surface occupied by turbulent regions over $L_x \times L_z$) and choose a maximal duration t_{\max} past which turbulence is declared to be “sustained”. This procedure yields an effective threshold $R_c(t_{\max})$, which should converge to some limit value, as $t_{\max} \rightarrow \infty$. Finite-size effects could also be estimated in the same way, ultimately leading to the actual threshold value.

Unfortunately, this approach is too tedious to be followed completely. One can, however, at a fixed system size, choose a single large value of t_{\max} (say, $t_{\max} = 600\text{s}$), and record $\langle m \rangle$ for the R values for which disorder was sustained up to t_{\max} . Fig. 4.11 shows the results for our experiments. Remarkably, the recorded values of $\langle m \rangle$ decrease only slightly with R and suddenly jump to

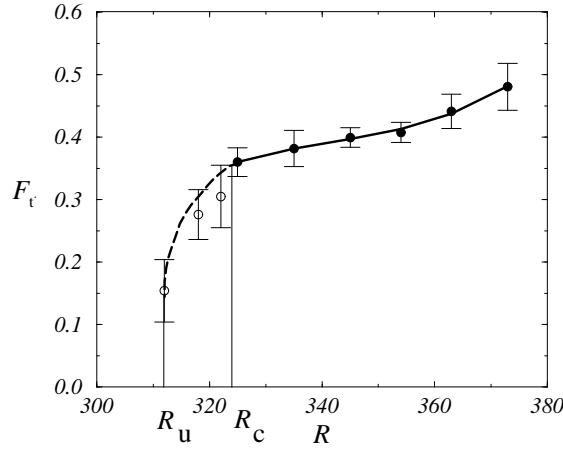


FIG. 4.11 - Mean turbulent fraction vs Reynolds number for plane Couette flow. Points linked by the thick solid line correspond to R values at which turbulence “never” dies out (t_{\max} of the order of 600s). The points linked by the dashed line were estimated from the metastable plateaus characterizing the weakly repelling nature of the intermittent phase below threshold (see Fig. 4.12a). The limit value R_u marks (very approximately) the limit of existence of these plateaus.

zero at some effective threshold around $R_c \simeq 323 \pm 2$. This indicates that the transition is discontinuous, a fact confirmed by our other experiments.

There exist better ways to estimate the threshold and to determine the nature of the transition. They have been explored in detail for simple models of spatiotemporal intermittency (see, e.g. [17, 18]). At the experimental level, one is more constrained, but meaningful protocols can be followed. As explained below, they are intrinsically *statistical* and involve determining probabilities, expectation values, etc., from an *ensemble of similar experiments*. We now present these results and discuss them in detail with the help of similar statistics gathered from numerical simulations of our minimal reference model.

4.2.4 Quench experiments

One efficient way of controlling time-effects in our problem is to perform quench experiments: the system is first brought to a steady regime far above threshold where initially introduced turbulence occupies most of space, and for which decay is never observed [19]; the control parameter is then decreased

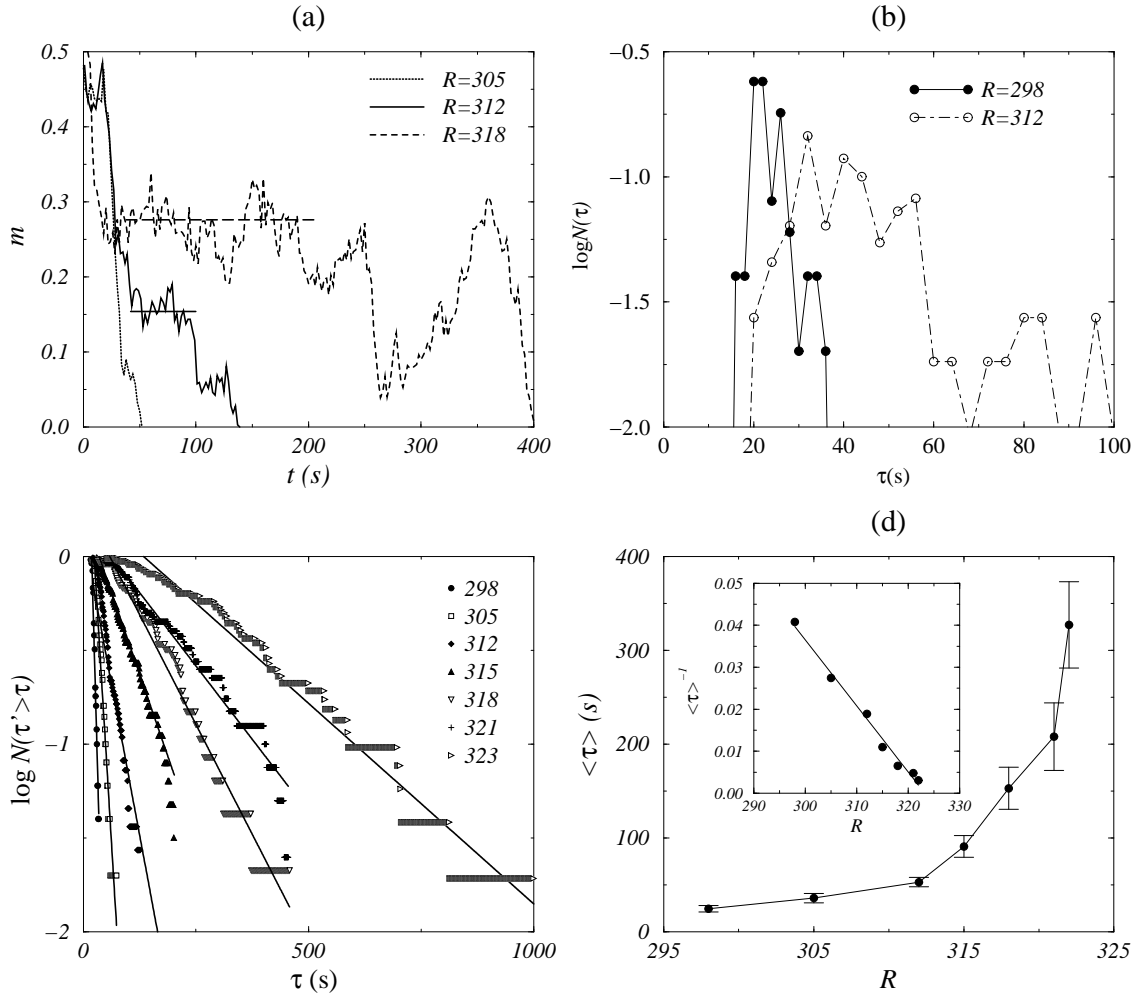


FIG. 4.12 - *Quench experiments in plane Couette flow. (a): typical time series of m obtained at $R = 305$, 312 and 318 . The horizontal lines represent the estimated values of $\langle m \rangle$ on the metastable plateaus. One might be tempted to distinguish other, lower “plateaus” from these time series; they might be considered as an indication of the “separatrix” between the laminar attractor and the intermittent repeller. Note that $R = 305$ is a Reynolds number lower than R_u . (b) Logarithms of histograms of lifetimes after quench (ensembles of 50-100 experiments). (c) Logarithms of cumulated histograms of lifetimes after quench. (d) $\langle \tau \rangle$ vs R ; inset: $1/\langle \tau \rangle$ vs R .*

suddenly. If the control parameter value to which the system was quenched is below threshold, then disorder dies out in a finite time τ . The threshold R_c or ε_c is defined as the value above which $\langle\tau\rangle$, the ensemble average of τ over a large set of experiments, is infinite [20]. This procedure has the advantage of being based only on finite-time quantities, but is not free from finite-size effects. For a given system size, it yields an effective threshold a priori above the asymptotic (infinite-size) value.

Experimental results

Series of quench experiments on our plane Couette flow system were performed by suddenly decreasing the Reynolds number from a steady, highly-turbulent regime observed at $R = 380$. For low R values, the time series of m was recorded and τ was detected (Fig. 4.12a). About 50-100 experiments were done for each R value, and the distribution of τ values was constructed. The direct histograms of τ (Fig. 4.12b) reveal that the mean, the most probable value, and the smallest value recorded all increase when R increases. The cumulated histograms (Fig. 4.12c) allow a better determination of the exponential tail at large τ . The mean lifetime $\langle\tau\rangle$ can then be measured from the slope of this tail in a lin-log plot, or simply from the mean of the distribution. These two values are close to one other, and behave in the same manner as a function of R . In particular, $\langle\tau\rangle$ increases continuously and strongly with R , suggesting a divergence at some finite R value. Of the different simple possible fits for this data, the most satisfactory yields $\langle\tau\rangle \sim 1/(R_c - R)$ with $R_c \simeq 323 \pm 2$ (Fig. 4.12d).

Numerical results

Quench experiments on the simple coupled map lattice defined in Sec. 4.2.2 have been performed for $k = 1$ (continuous transition) and $k = 0.5$ (discontinuous transition). In both cases, the distributions of τ values exhibit exponential tails (Fig. 4.13a, 4.14a). In both cases, the mean and the most probable value increase when approaching threshold. The mean lifetime of turbulence $\langle\tau\rangle$ can be defined either from the tails or simply from the mean of the distribution. In the continuous case, however, a region of algebraic distribution appears in the critical region near ε_c . In both cases, a divergence of $\langle\tau\rangle$ is observed when increasing ε toward ε_c . Thus the qualitative behavior of $\langle\tau\rangle$ is similar to that observed in the laboratory experiments, but without distinguishing between continuous and discontinuous transitions.

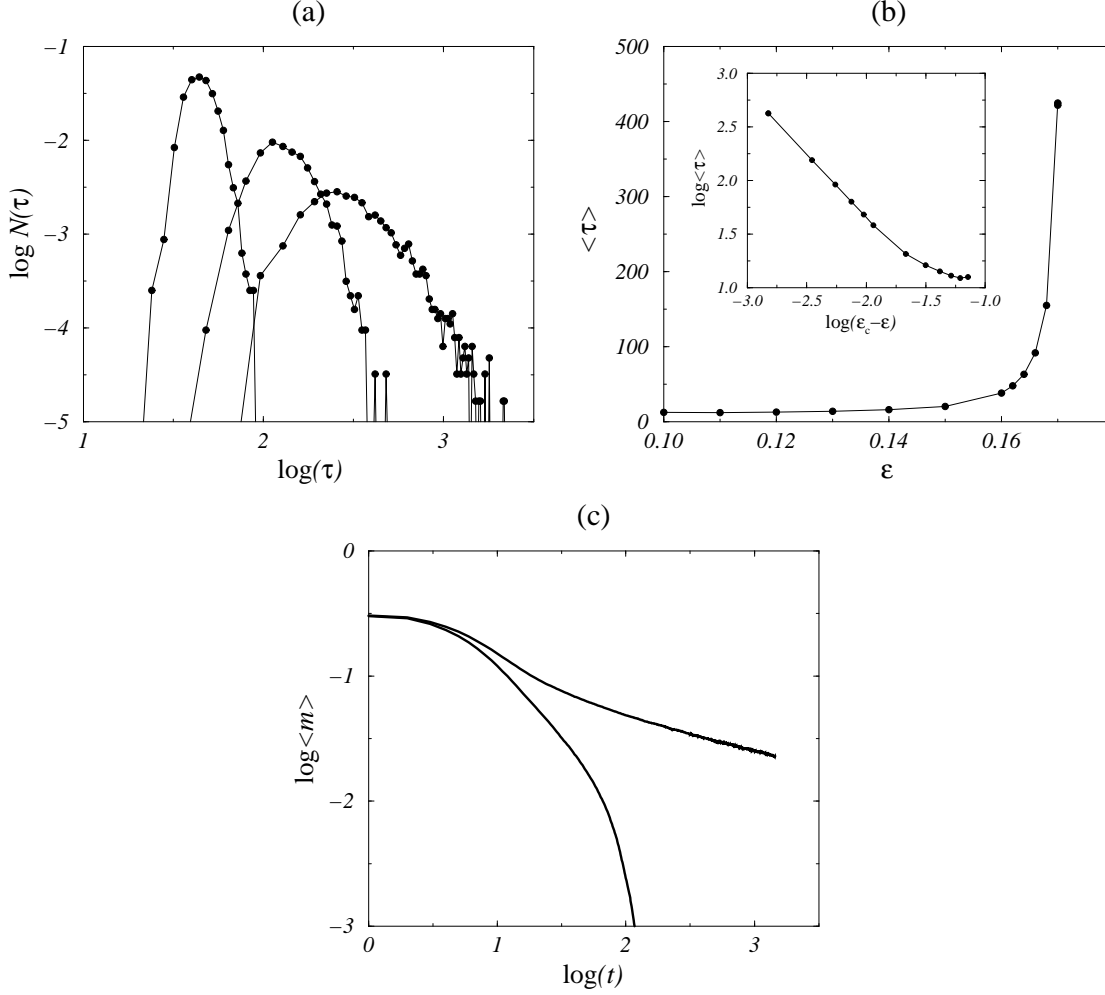


FIG. 4.13 - *Quench experiments in the simple reference model with $k = 1$. A lattice of 64^2 sites with periodic boundary conditions was thermalized at $\epsilon = 0.2$ during 400 timesteps before the quench. Ensembles of 2000 runs. (a) Log-log plot of histograms of lifetimes after quench. From left to right: $\epsilon = 0.162$, $\epsilon = 0.168$, $\epsilon = 0.170$. (b): $\langle \tau \rangle$ vs R ; insert: $\log \langle \tau \rangle$ vs $\log(\epsilon_c - \epsilon)$ with $\epsilon_c = 0.1715$. (c): $\log \langle m \rangle$ vs $\log t$ near and below threshold ($\epsilon = 0.171$, top, and $\epsilon = 0.166$, bottom).*

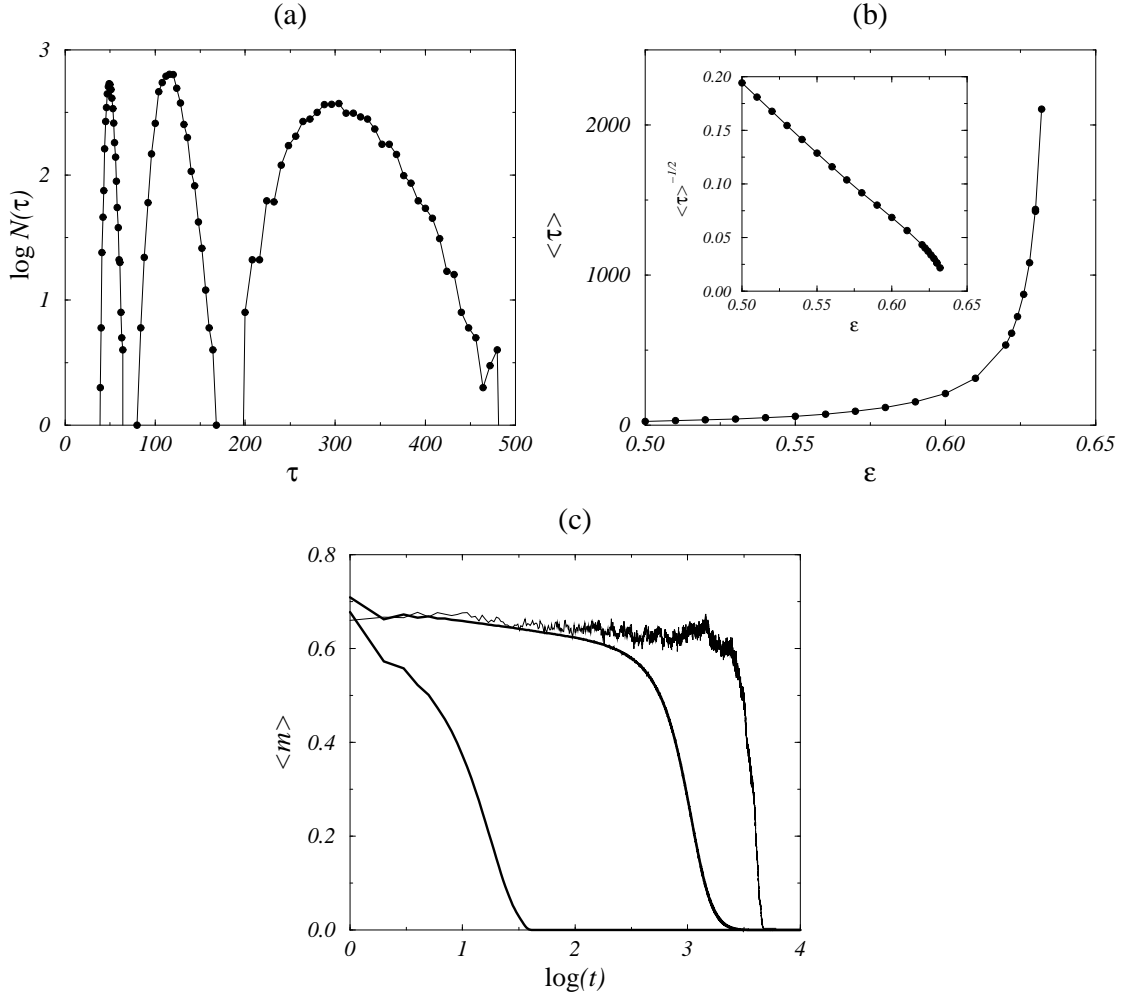


FIG. 4.14 - Quench experiments in the simple reference model with $k = 0.5$. A lattice of 64^2 sites with periodic boundary conditions was thermalized at $\varepsilon = 0.72$ during 400 timesteps before the quench. Ensembles of 5000 runs. (a) Logarithms of histograms of lifetimes after quench. From left to right: $\varepsilon = 0.54$, $\varepsilon = 0.58$, $\varepsilon = 0.61$, (b): $\langle \tau \rangle$ vs R ; insert: $\langle \tau \rangle^{-1/2}$ vs R . (c): $\langle m \rangle$ vs $\log t$ (thick lines) near and below threshold ($\varepsilon = 0.63$, right, and $\varepsilon = 0.52$, left). The thin line shows the behavior of one single run at $\varepsilon = 0.63$ chosen for the long duration of the metastable transient.

At a quantitative level, the divergence of $\langle \tau \rangle$ differs. In the case of a continuous transition, one expects $\langle \tau \rangle \sim (\varepsilon_c - \varepsilon)^{\nu_{\parallel}}$ with a non-trivial critical exponent ν_{\parallel} . The calculations presented in Fig. 4.13b lead to $\nu_{\parallel} \simeq 1.18$. For the discontinuous case studied, ($k = 0.5$), we find a simple integer exponent (Fig. 4.14b): $\langle \tau \rangle \sim 1/(\varepsilon_c - \varepsilon)^2$.

The two cases also differ when one considers the time series of the mean turbulent fraction $\langle m \rangle(t)$ (Fig. 4.13c, 4.14c). Near threshold, an algebraic decay of $\langle m \rangle(t)$ is observed for $k = 1$, whereas the discontinuous case presents a typical plateau—the signature of the metastability of the intermittent phase near and below threshold—followed by a sudden decay to zero. In this last case, one also observes large variations from run to run, as the duration of the metastable transient changes.

Discussion

The experimental data sets are still too limited to allow a precise estimate of the exponent governing the divergence of $\langle \tau \rangle$. Nevertheless, the best fit $\langle \tau \rangle \sim 1/(R_c - R)$ suggests a simple value of the exponent, consistent with the discontinuous case. The behavior of $\langle m \rangle(t)$ cannot be resolved by our experiments either. However, the inspection of individual experiments shows that, near and below threshold, $m(t)$ often lingers for long periods of time around some well-defined value before eventually experiencing a fatal fluctuation, after which turbulence dies out (Fig. 4.12a). These individual events indicate the metastable character of the intermittent phase below threshold. They are also observed near and below threshold of the *discontinuous* transition in our simple model, but not in the continuous case. They are in fact at the origin of the plateau of Fig. 4.14c for $\varepsilon = 0.63$.

In terms of global phase space structure, our data indicates that the intermittent chaotic attractor present above threshold becomes a (weakly) repelling set below threshold, in agreement with the picture of a first-order-like transition (the active phase becomes metastable below the “Maxwell” point) [15]. This allows the extension of the $\langle m \rangle(R)$ curve beyond R_c (Fig. 4.11), using the values of the metastable plateaus.

All of these elements lead to a conclusion as to the discontinuous character of the transition to turbulence in plane Couette flow. The thresholds determined by quench experiments are, a priori, slightly overestimated because they are not free from finite-size effects [21]. We now turn to experiments which can be considered free from size effects, where localized perturbations are introduced into the laminar flow.

4.2.5 Bubble experiments

The general idea of the possible conditional stability of the laminar flow at high Reynolds numbers, led previous investigators to look for a way of creating controlled perturbations of tunable amplitude. Indeed, one could then hope to provide evidence for the existence of a “critical” amplitude above which perturbations would lead to sustained turbulence, and below which they would decay. Here, we perturb the laminar flow by the method used in [3, 4, 22]. In these experiments, a small jet is sent across the (x, z) plane due to small holes drilled in the middle of the belt, thus creating a small disordered “bubble”. The duration and the amount of water injected are controlled. We now present new results using the same method, analyzing them within the general framework of spatiotemporal intermittency.

General considerations

First, we would like to stress that the above idea, which exploits the *local* subcriticality of the system, does not imply the *global* subcriticality (or discontinuous character) of the transition [16]. In the context of spatiotemporal intermittency, the existence of two distinct local states at “finite distance” from each other —the local subcriticality— is required, but the transition can be either supercritical/continuous or subcritical/discontinuous. However, as we discuss in detail below, this approach may indeed allow one to distinguish between the two possibilities.

Introducing localized perturbations may be a priori thought to be a good manner of avoiding finite-size effects. But other problems may arise which, briefly speaking, are related to the “efficiency” and the “relevance” of the mode of perturbation adopted.

Let us again take the point of view of the global phase space of the system, following Dauchot and Manneville [13]. In the laminar regime, the attractor is a stable fixed point. External arbitrary perturbations take the system to points of phase space either inside or outside the basin of attraction of the laminar attractor. A complete knowledge of the effect of the perturbation in phase space is a very hard problem, and one can only hope that the perturbation method does allow to leave the basin of attraction of the laminar solution. This *efficiency* of the method of perturbation used below and in earlier works [3, 22] has fortunately been confirmed by experiments: strong enough jets at large enough Reynolds numbers do lead to sustained turbulence.

A further but related point concerns the *relevance* of perturbations, i.e. their ability to produce significantly different effective initial conditions. Given their

arbitrary character, the perturbations can be considered to almost certainly bring the system out of its inertial manifold, i.e. the (finite-dimensional) subset of phase space to which all trajectories are attracted exponentially fast [23]. This manifold is not the attractor, but contains it; rather, it is the subset of phase space on which all transients evolve after a very short time. Varying the “amplitude” of the localized perturbations only makes sense if the “landing points” on the inertial manifold after the short transient are different.

Another problem inherent to introducing external perturbations is that *only* statistical arguments can then be used, a fact overlooked in previous studies. As always in an experimental context, the initial perturbation is not perfectly controlled. In addition, the transients following perturbations can be considered chaotic, and thus subject to sensitivity to initial conditions. Moreover, above threshold, the separatrix between the basins of attraction of the laminar flow and the chaotic/turbulent attractor is generically a very complex, fractal hypersurface in phase space. This implies that one *cannot* rely on single experiments to decide whether perturbations of a given amplitude lead to the turbulent attractor or not. Indeed, in the transitional region, the *same* experiments may lead to the decay of the initial bubble or to its expansion toward the turbulent attractor [24]. The only meaningful quantity is the *probability* p , over a large ensemble of experiments, to reach the turbulent regime. A threshold can then be defined as the point where this probability is, e.g., $p = 1/2$. We note here that, while such considerations have been largely ignored in past studies of plane Couette flow, Darbyshire and Mullin adopted a similar point of view in their experiments on pipe flow [26].

We note finally that, in practice, experiments introducing localized perturbations are not free from time effects: the probability p can only be determined once a threshold t_{\max} is chosen to discriminate between finite lifetimes ($\tau < t_{\max}$) and “infinite” ones ($\tau > t_{\max}$). Again, the thresholds thus defined are expected to converge to well-defined values as $t_{\max} \rightarrow \infty$, but it is nearly impossible to study this convergence experimentally.

Experimental results

Series of experiments were performed by locally perturbing the laminar flow, either at a fixed Reynolds number and varying the amplitude of perturbation, or the opposite. Here, the amplitude A of the perturbation is just the velocity of the jet, its duration being kept fixed and very short (of the order of 10^{-1} s) compared to the viscous time scale (of the order of 1s) [27].

We recorded the time series of the area of the turbulent bubble normalized

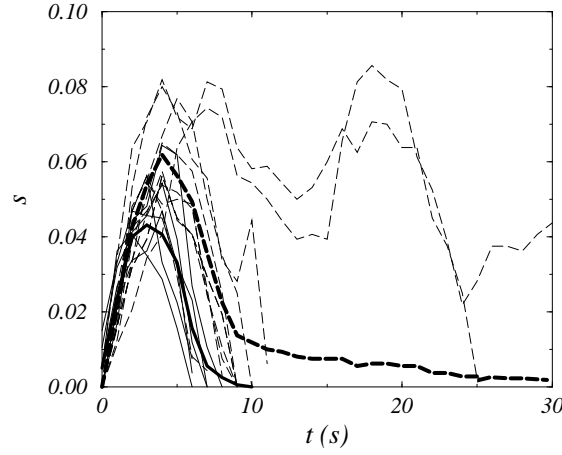


FIG. 4.15 - *Bubble experiments in plane Couette flow. Typical time series of s (thin lines) and time series of $\langle s \rangle(t)$ (thick lines) at $R = 330$ for $A = 1.6$ and $A = 3.1$. For $A = 1.6$, all bubbles die in finite time ($p = 0$), while for $A = 3.1$ one fourth of the initial bubbles grow to reach the intermittent attractor ($p \simeq 0.25$).*

by the total size of the (x, z) plane. In order to stress that this quantity is not intensive, contrary to the turbulent fraction m of the quench experiments of Sec. 4.2.4, we denote it s . Fig. 4.15 shows typical time series of s as well as $\langle s \rangle$. At given R and A values, the initial perturbation first grows quickly to a bubble of size s^* in a short time t^* , then either grows to reach the chaotic attractor or decays to zero, to die at time τ (Fig. 4.15). Quantities s^* and t^* are only well-defined statistically. We interpret the short transient time t^* leading to a well-defined turbulent “bubble” of size s^* , as the time needed to come back to the inertial manifold. This is corroborated by the fact that t^* hardly varies with A (Fig. 4.15), in accordance with an expected logarithmic dependence (the trajectory goes exponentially rapidly to the inertial manifold). On the other hand, s^* increases significantly with A (Fig. 4.15), which we take to be an indication of the relevance of the method of perturbation (different perturbations produce different effective initial conditions).

Above threshold: critical amplitude curve

We determined the location of the $p = 1/2$ curve in the (R, A) parameter plane. For each point studied, up to 100 experiments were performed, with a

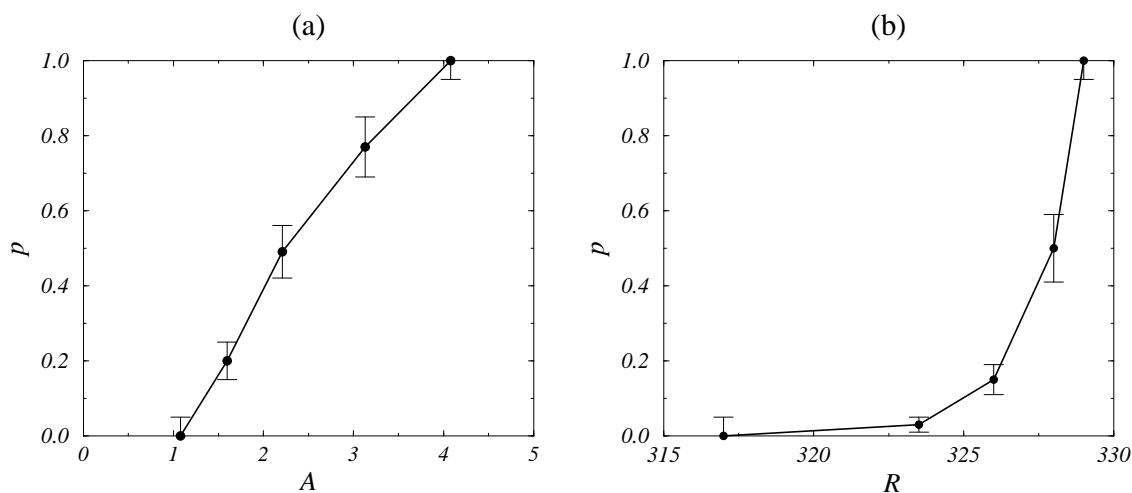


FIG. 4.16 - *Bubble experiments in plane Couette flow. Series of 50-100 experiments for each point (R, A) . (a) probability p of reaching the turbulent attractor as a function of A for fixed $R = 335$. (b) same but at fixed amplitude $A = 4.75$ varying R .*

chosen cutoff $t_{\max} = 300$ s. We checked that this value was large enough so that it has only limited influence on the thresholds. In fact, varying either A or R , p varies continuously but rather sharply from 0 to 1 (Fig. 4.16), allowing a precise determination of the threshold.

The final outcome of this long process is presented in Fig. 4.17 and takes the form of a “critical amplitude” curve $A_c(R)$ in agreement with that presented by Dauchot et al. [22]. (We note that the critical amplitude curve of [22] can only be taken as indicative since it does not rely on statistical analysis.) Our results clearly show that stronger and stronger perturbations are needed to reach the turbulent state when R is decreased. The curve suggests a divergence of A_c at some finite value of R , as in ordinary first-order phase transitions. Given the limited range of variation of A_c available, it is impossible to determine the exact nature of this divergence. The data is however well-accounted for by a functional variation of the form: $A_c \sim (R - R_c)^\alpha$ with $R_c \simeq 325$ and $\alpha \simeq 0.7$. The validity of this fit is strengthened by the fact that the estimated threshold is equal, up to the experimental accuracy, to the value measured from quench experiments. We discuss the meaning of a divergence and this exponent below (Sect. 4.2.5).

Below threshold

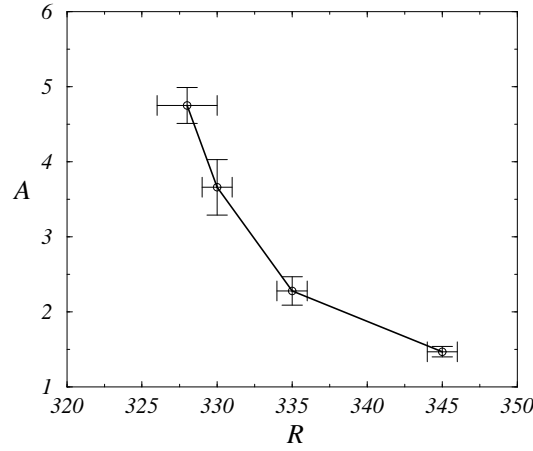


FIG. 4.17 - Critical amplitude curve $A_c(R)$, as determined by the location of the $p = 0.5$ curve in the (A, R) plane.

Similar series of experiments were also performed at lower R values, and for perturbations amplitudes A such that the initial turbulent bubble *always* decay ($p = 0$ region).

The distributions of τ values thus obtained show a well-defined most probable value and a quickly decaying tail, which insures the existence of $\langle \tau \rangle$ (Fig. 4.18a). Note that, contrary to the quench histograms, here the most probable value does not increase significantly with R . The cumulated histograms (Fig. 4.18b) are also qualitatively different from those of quench experiments (compare to Fig. 4.12c). Approaching threshold, say at fixed A and increasing R , $\langle \tau \rangle$ increases but does *not* diverge (Fig. 4.18b) as for the quench experiments (compare to Fig. 4.12d). All these findings are discussed in Sec. 4.2.5 below, in the light of the results obtained using our reference minimal model.

Numerical results

What should be, for our simple coupled map lattice model, the closest equivalent of the bubble experiments reported above is not clear a priori. However, the interpretation of the short transient time t^* and the corresponding bubble size s^* suggests that, within our simple model, the initial conditions for the equivalent experiments consist in creating a bubble of turbulent sites ($X < 1$) in an otherwise fully laminar ($X \geq 1$) medium. Here, the initial surface of the bubble, s_0 , is taken as A , the “amplitude” of the perturbation. In the model,

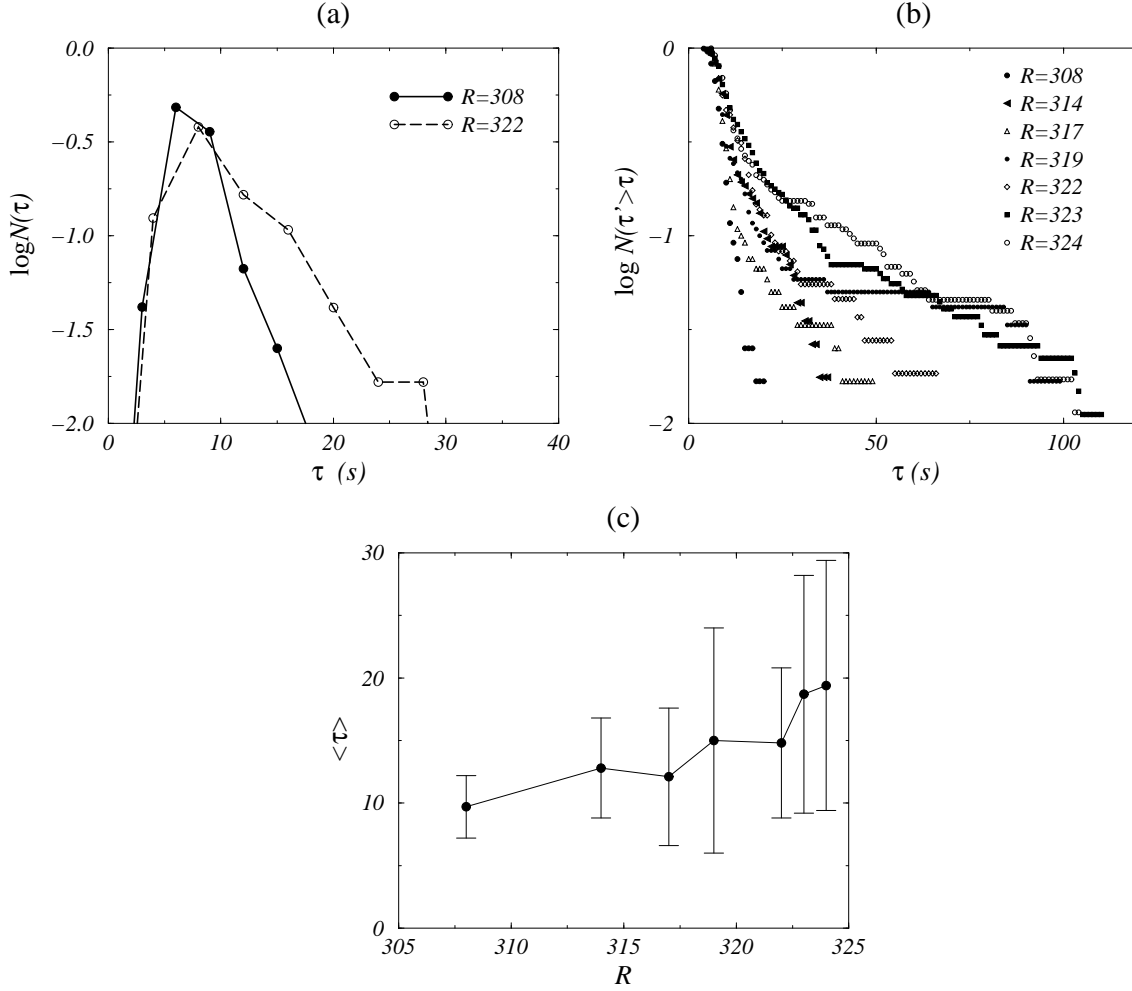


FIG. 4.18 - *Below-threshold bubble experiments in plane Couette flow. Series of 100-300 experiments. (a) Histograms of lifetimes for $R = 308$ and $R = 322$. (b) Cumulated histograms of lifetimes. A cut-off time of 120s was used to suppress “spurious” events (see text). (c): variation of $\langle \tau \rangle$ with R for $A = 4.8$.*

the initial perturbation thus created first quickly relaxes to a (usually smaller) bubble, as the system evolves back to its inertial manifold.

Around a continuous transition

In the case where our coupled map lattice model shows a continuous transition to spatiotemporal intermittency ($k = 1$), bubble experiments statistics are clearly different from those of Sec. 4.2.5.

Approaching the threshold ε_c from below, the distribution of bubble lifetimes τ crosses over from exponential to algebraic tails, and the mean lifetime diverges like $\langle \tau \rangle = \kappa(s_0)(\varepsilon_c - \varepsilon)^{\nu_{||}}$ where κ depends only weakly on s_0 . Note that this dependence is the same as the one expected for quench experiments (see Sec. 4.2.4). This is one characteristic property of the continuous-transition case: all initial conditions with some active sites lead to the same asymptotic state.

Above threshold, the probability p , which in the directed percolation framework would correspond to the probability of percolating to infinity, behaves like $p = \kappa'(s_0)(\varepsilon - \varepsilon_c)^{-\beta}$. This implies that there is practically no dependence of the threshold on s_0 , especially if a small p value is chosen to define the effective threshold.

The above behavior seems incompatible with the experimental results of Sec. 4.2.5. We will show that, on the contrary, there is good agreement in the case of a discontinuous transition to spatiotemporal intermittency in the model.

Around a discontinuous transition

We now report on bubble experiments in the case $k = 1/2$ where the transition is discontinuous. In fact, similar experiments were reported in [18], and used to demonstrate the existence, near and above threshold, of a critical size s_c which increases and seems to diverge when $\varepsilon \rightarrow \varepsilon_c$. Here, we present more extensive numerical simulations, showing results which shadow those obtained in plane Couette flow. Fig. 4.19 shows the variation, along lines in the (ε, s_0) plane, of the probability p for reaching the intermittent attractor. Thanks to the simplicity of the model, ensembles of the order of 10^4 experiments with a cut-off time $t_{\max} = 10^4$ are easily achieved, yielding very reliable statistics almost free from finite-time effects.

Such series of experiments were performed at various points in the (ε, s_0) plane. This allowed the determination of a $s_c(\varepsilon)$ curve (Fig. 4.20). As for the

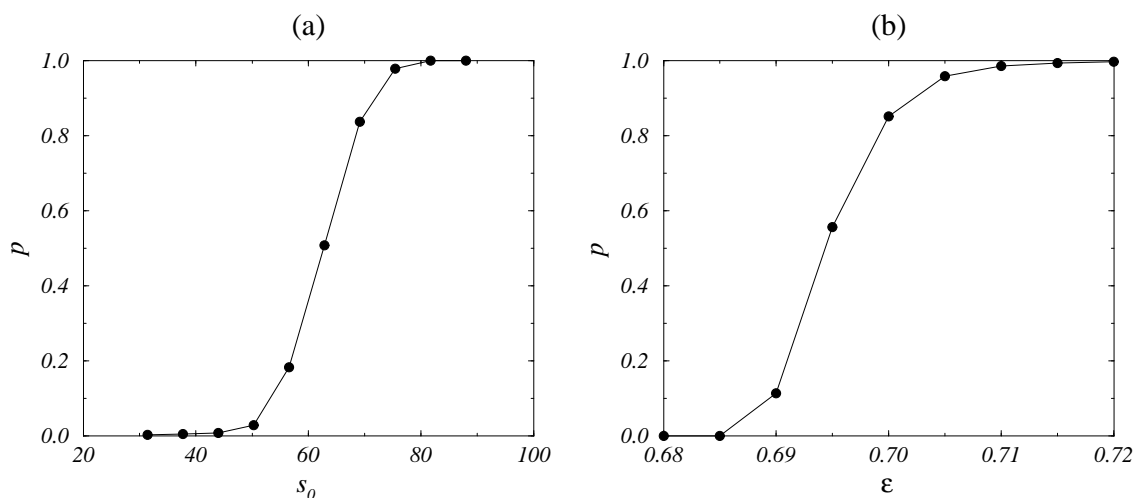


FIG. 4.19 - *Bubble experiments in the reference coupled map model with $k = 0.5$. (a) probability p of reaching the turbulent attractor as a function of s_0 for fixed $\varepsilon = 0.680$. Ensembles of 2000 runs, $t_{\max} = 10000$. (b) same but at fixed amplitude $s_0 = 25$ varying ε .*

laboratory experiments, the value $p = 0.5$ was chosen to determine this curve. Again, we can try to fit a divergence of the form $s_c \sim (\varepsilon - \varepsilon_c)^\alpha$. The data does not allow us to conclude in any precise way, but $(\alpha = 1, \varepsilon_c = 0.67)$ and $(\alpha = 2, \varepsilon_c = 0.66)$ are two equally-plausible sets of simple values.

Below-threshold bubble experiments also yielded results very similar to those obtained by introducing localized perturbations in plane Couette flow. In particular, the mean lifetime $\langle \tau \rangle$ does not diverge at threshold (Fig. 4.21b). In the histograms of lifetimes (Fig. 4.21a), the most probable value does not increase when approaching threshold, as in the laboratory experiments (see Fig. 4.18a). We note, however, that the shape of the distributions have no a priori reason to be similar to those recorded in the laboratory, since the deterministic processes involved in the shrinking of a bubble in plane Couette flow are not accounted for by the model. Such a discrepancy is indeed suggested by the shape of the cumulated histograms in Fig. 4.18b.

Discussion

As already mentioned above, our experimental data from bubble experiments in plane Couette flow seem to be compatible only with the scenario of a discontinuous transition to spatiotemporal intermittency.

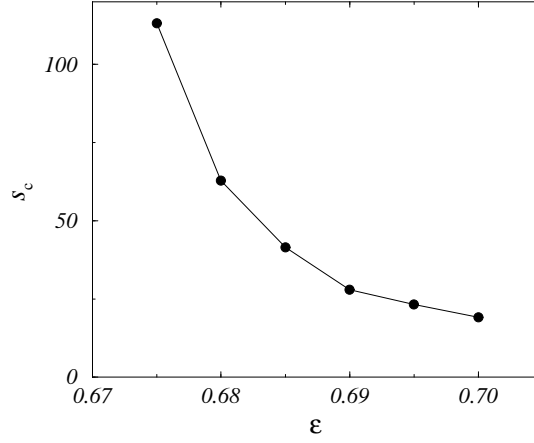


FIG. 4.20 - *Minimal model for $k = 0.5$: critical amplitude curve $s_c(\epsilon)$, as determined by the location of the $p = 0.5$ curve in the (s_0, ϵ) plane.*

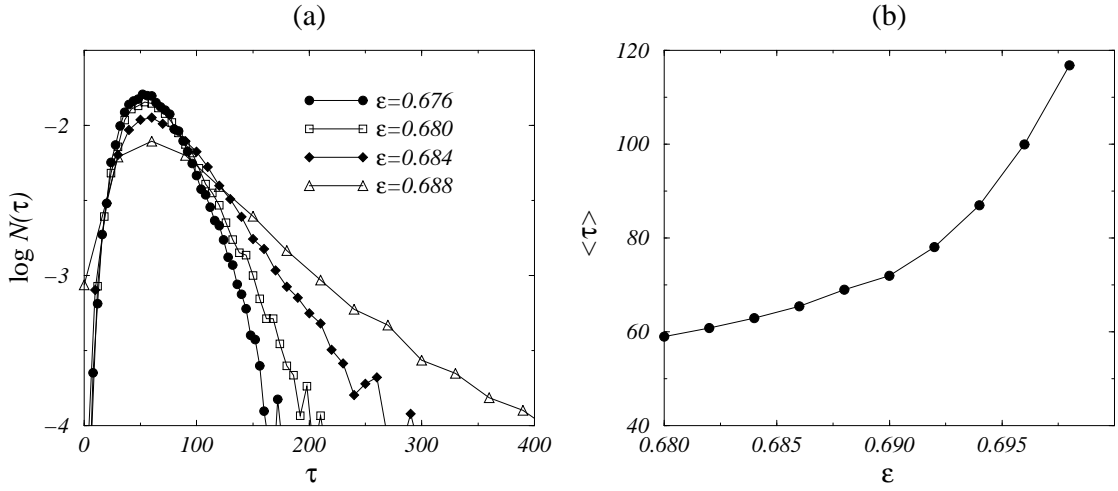


FIG. 4.21 - *Below-threshold bubble experiments in the coupled map lattice model for $k = 0.5$. Ensembles of 10000 runs, $t_{\max} = 2000$. (a): histograms of lifetimes for $s_0 = 25$ and $\epsilon = 0.676, 0.680, 0.684, 0.688$. (b): variation of $\langle \tau \rangle$ with ϵ for $s_0 = 25$. Note that the ϵ values are larger than ϵ_c , but, of course, smaller than the effective threshold for this s_0 .*

Nevertheless, the results obtained below but very near threshold call for further discussion. For R close to R_c , say $R = 324$, some experiments last exceptionally long, yielding τ values not “expected” from the main shape of the histograms. Our experimental setup does not allow us to explore the R -domain very near threshold with enough accuracy to accumulate precise enough statistics. Thus we cannot rule out a sudden divergence of $\langle\tau\rangle$ in a very small R -interval. But, in our opinion, the likely explanation for these rare events is the effectively-small size of our system (in particular, the boundaries might have a long “penetration length”), combined with some fluctuations in the Reynolds number (R is kept constant to an accuracy of $\delta R = 1$, see [10] for details). As a matter of fact, during these events, the initial bubble usually touches the boundaries, and its fate is then indistinguishable from the case of quench experiments. The recorded lifetimes are indeed of the order of those shown in Sec. 4.2.4. We believe these rare events should become rarer as the system size is increased. At any rate, their weight in the calculation of $\langle\tau\rangle$ remains so small that the qualitative picture is not changed.

Another point worth discussing is the status of very large initial bubbles. Indeed, if the created bubbles are large, they actually decay quickly in their bulk to a whole region of intermittent phase, and the problem is not quite that of the fate of a localized perturbation: in the bulk, the situation is that of a quench experiment. This regime is not attainable in our experiment, due to its small effective size, but it can be observed in our simple model. This points out to the specificity of discontinuous transitions to spatiotemporal intermittency with respect to ordinary first-order phase transitions, where the critical size—or, rather, the critical radius of curvature—diverges at threshold. In the intermittent case, laminar/absorbing domains are present, contrary to ordinary first-order transitions. Thus arguments such as those involving the local radius of curvature of the border of a (fully) active domain do not apply. They apply only to small bubbles, of sizes smaller than those observed spontaneously in the intermittent phase.

The series of bubble experiments performed above threshold have enabled us to explore a fairly limited portion of a critical amplitude curve. For the reference coupled map lattice model, the difficulty of reaching the immediate vicinity of the threshold is mostly due to the accompanying increase of τ (notwithstanding problems related to the status of large initial bubbles). In plane Couette flow experiments, there exist other factors preventing the study of large critical amplitude regimes. The method of perturbation is, in practice, limited to a certain range of amplitudes. But there may be deeper reasons: the choice of the jet velocity as the observable quantifying the amplitude of

the perturbation is largely arbitrary. From our discussion of the relevance of perturbations, one might argue that s^* , on the other hand, provides a “meaningful” way of estimating the amplitude. Plotting the critical amplitude curve in terms of s^* instead of A can, a priori, completely change the nature of the extrapolated divergence. One can even imagine that s^* does not go to infinity when A does, in which case no divergence would be observed near R_c . Unfortunately, our experiments do not allow us to establish the precise mapping of s^* as a function of A , and we cannot, therefore, exclude this possibility.

4.2.6 Summary and Perspectives

The parallel investigation —experimental and numerical— presented in this work has shown that the transition to turbulence in plane Couette flow is best interpreted, at a statistical level, as a discontinuous (first-order-like) transition to spatiotemporal intermittency.

We have stressed that only statistical arguments are valid in an experimental context, due to the unavoidably limited accuracy of initial conditions, the somewhat “blind” character of the way of introducing localized perturbations into the laminar flow, and the sensitivity to initial conditions expected whenever a chaotic attractor is involved. We have argued that the transition is only defined statistically even though the system is deterministic, and our results are indeed fully consistent with a threshold defined in terms of an equivalent probabilistic process. The threshold R_c can be seen as the value separating the regimes where the chaotic evolution among the unstable non-laminar solutions existing in phase space —such as the streamwise vortices [11]— can or cannot be sustained forever in time. No major structural change occurs in phase space at R_c . Extending this phase space picture a bit further, the Reynolds number R_u , below which all perturbations seem to decay quasi-monotonously (see Fig.4.12a), could be related, on the other hand, to the limit of existence of some of the nonlinear unstable solutions mentioned above. As a matter of fact, in spatially-extended systems showing spatiotemporal intermittency, the above-mentioned nonlinear objects cease to exist *below* the threshold. In the complex Ginzburg-Landau equation, for example, spatiotemporal intermittency regimes are easily observed. They involve localized objects (e.g. amplitude “holes”) which exist, be they stable or unstable, in a region of parameter space that includes the border of existence of sustained spatiotemporal intermittency [28]. In plane Couette flow, the domain of existence of the solutions found recently seems to extend well-below $R = 325$ [5].

Our analysis has also pointed to the respective merits of quench and bubble

experiments. Quench experiments may be sensitive to finite-size effects, but they allow one to explore directly the “natural” attractor or weak repeller of the system in phase space. Bubble experiments, and, more generally, all experiments in which localized perturbations are introduced externally, suffer from a certain degree of arbitrariness, if only because the structure of the phase space of the system is usually unknown. Our results have led to a proper definition of a “critical amplitude curve”, and we have argued that this curve has no absolute significance. It depends on the type of localized perturbations performed, on the observable chosen to quantify their amplitude, and on the p -value chosen to determine the threshold. Even though a limited portion of one of these curves could be experimentally explored, the data suggests a divergence at R_c .

The general framework of the transition to spatiotemporal intermittency points to “universal” properties, i.e. features expected to be independent of the details of the system. In the case of interest here, that of a discontinuous transition, one might wonder in particular whether the simple functional forms found experimentally and numerically for the divergence of the mean lifetime $\langle\tau\rangle$ in quench experiments below threshold are related. Our experimental results are consistent with $\langle\tau\rangle \sim (R_c - R)^{-1}$, while the numerical results yield $\langle\tau\rangle \sim (\varepsilon_c - \varepsilon)^{-2}$. We are not able to provide a rigorous argument linking these two simple numbers, but we believe the two exponents might indeed be related by a factor of two. We note, however, that a similar discussion comparing the nature of the divergence of the “critical amplitude” curves obtained does not make much sense in view of the relative arbitrariness of these curves and of the very limited portions explored in our experiments.

Our conclusions hold mostly at a qualitative level, and no detailed quantitative agreement is expected from the comparison of a phenomenon as complex as the intermittent turbulence present in plane Couette flow with a deliberately minimal coupled map lattice model. Should one want to construct a better model—we stress that this is not the intention of the present work—one would have, at the very least, to change the coupling between sites to account for advection modes, and for possible long-range effects such as those suggested in [29] in the context of the spiral turbulence regime of Taylor-Couette flow.

Many of the questions above call for an experimental setup which would allow a more detailed investigation of the threshold region. The most crucial factor in this context is to increase the system size, and we hope that, in the future, carefully controlled experiments with, say, aspect ratios four times larger, will be performed. Next on the list of necessary modifications toward this aim is to change the way of creating localized perturbations to be able to

explore a larger amplitude domain.

Finally, we wish that similar studies will be undertaken in the future to approach other outstanding problems in hydrodynamics such as plane Poiseuille flow.

* * *

We thank P. Manneville, O. Dauchot, and F. Daviaud for interesting discussions, and C. Gasquet and D. Popot for technical assistance in the acquisition and treatment of experimental data.

Bibliographie

- [1] V. A. Romanov, “Stability of plane parallel Couette flow” *Funkt. An. i Prol.*, **7**, 137 (1970).
- [2] A. Lundbladh and A.V. Johansson, “Direct simulation of turbulent spots in plane Couette flow”, *J. Fluid Mech.* **229**, 499 (1991).
- [3] F. Daviaud, J. Hegseth, and P. Bergé, “Subcritical transition to turbulence in plane Couette flow” *Phys. Rev. Lett.* **69**, 2511 (1992).
- [4] N. Tillmark and P.H. Alfredsson, “Experiments on transition to turbulence in plane Couette flow”, *J. Fluid Mech.* **235**, 89 (1992).
- [5] M. Nagata, “Three-dimensional finite-amplitude solutions in plane Couette flow: bifurcation from infinity”, *J. Fluid Mech.* **217**, 519 (1990); R.M. Clever and F.H. Busse, “Three-dimensional convection in a horizontal fluid layer submitted to a constant shear”. *J. Fluid Mech.* **234**, 511 (1992).
- [6] A. Cherhabili and U. Ehrenstein, “Spatially localized two-dimensional finite-amplitude states in plane Couette flow” , *Eur. J. Mech. B / Fluids* **14**, 677 (1995).
- [7] L.N. Trefethen, A.E. Trefethen, S.C. Reddy, and T.A. Driscoll, “Hydrodynamic stability without eigenvalues”, *Science* **261**, 578 (1993); F. Walleffe, “Hydrodynamic stability and turbulence: Beyond transients to a self-sustained Process”, *Studies in Appl. Math.* **95**, 319 (1995).
- [8] For a general introduction to spatiotemporal intermittency, see, e.g.: H. Chaté and P. Manneville, article “Spatiotemporal intermittency”, in *Turbulence: A Tentative Dictionary*, O. Cardoso and P. Tabeling, eds., (Plenum, New York, 1995).

- [9] W. Kinzel, “Directed Percolation”, in *Percolation Structures and Processes*, G. Deutscher et al. eds., Ann. Israel Phys. Soc. **5**, 425 (1983).
- [10] S. Bottin, F. Daviaud, P. Manneville, and O. Dauchot, “Discontinuous transition to spatiotemporal intermittency in plane Couette flow”, preprint submitted to Europhys. Lett. 1998.
- [11] O. Dauchot and F. Daviaud, “Streamwise vortices in plane Couette flow”, Phys. Fluids **7**, 901 (1995); N. Tillmark, “On the spreading mechanism of a turbulent spot in plane Couette flow”, Europhys. Lett. **32**, 481 (1995); S. Bottin, O. Dauchot, F. Daviaud and P. Manneville, “Experimental evidence of streamwise vortices as finite amplitude solutions in transitional plane Couette flow”, preprint submitted to Phys. Fluids (1997).
- [12] This is the reason why plane Couette flow spontaneously transits to a turbulent regime at Reynolds numbers which vary with the experimental conditions. At a theoretical level, the decrease of metastability at large R has been considered by B. Dubrulle and S. Nazarenko, “On scaling laws for the transition to turbulence in uniform-shear flows”, Europhys. Lett. **27**, 129 (1994).
- [13] O. Dauchot and P. Manneville, “Local versus global concepts in hydrodynamic stability theory”, J. Phys. II France **7**, 371 (1997).
- [14] L.S. Schulman and P.E. Seiden, “Statistical mechanics of a dynamical system based on Conway’s Game of Life”, J. Stat. Phys. **19**, 293 (1978); R. Bidaux, N. Boccara, and H. Chaté, “Order of transition vs space dimension for a family of cellular automata”, Phys. Rev. A **39**, 3094 (1989).
- [15] Y. Pomeau, “Front motion, metastability, and subcritical bifurcations in hydrodynamics”, Physica D **23**, 3 (1986).
- [16] H. Chaté, “Subcritical bifurcations and spatiotemporal intermittency”, in *Spontaneous Formation of Space-Time Structures and Criticality*, T. Riste ed., (Kluwer, Dordrecht, 1991).
- [17] H. Chaté and P. Manneville, “Spatiotemporal intermittency in coupled map lattices”, Physica D **32**, 409 (1988); “Role of defects in the transition to turbulence via spatiotemporal intermittency”, Physica D **37**, 33 (1989).
- [18] H. Chaté and P. Manneville, “Continuous and discontinuous transition to spatio-temporal intermittency in two-dimensional coupled map lattices”, Europhys. Lett. **6**, 591 (1988).

- [19] Strictly speaking, the system size must be large enough for the exponentially small probability of decay always present in a finite system to be in practice negligible.
- [20] This requires the summability of the distribution, which is not insured a priori. However, this is the case of all examples studied in this work.
- [21] In the numerical experiments reported here, this effect is quite small.
- [22] O. Dauchot and F. Daviaud, “Finite amplitude perturbation and spots growth mechanism in plane Couette flow”, *Phys. Fluids* **2**, 335 (1995).
- [23] J.C. Saut and R. Temam, “Attractor, inertial manifolds and their approximation”, Conférence sur les systèmes dissipatifs en dimension infinie, Marseille. *Modélisation mathématique et analyse numérique* **83**(1989).
- [24] This may explain the so-called “self-similar” structure found in [25] when plotting τ vs R in numerical simulations modeling similar experiments. In view of our discussion, this may just be the consequence of $\tau(R)$ not being a function but rather a distribution which reflects the intrinsic sensitivity of the system to initial conditions.
- [25] A. Schmiegél and B. Eckhardt, “Fractal stability border in plane Couette flow”, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 5250, (1997).
- [26] A.G. Darbyshire and T. Mullin, “Transition to turbulence in constant mass-flux pipe flow”, *J. Fluid Mech.* **289**, 83 (1995).
- [27] O. Dauchot, “Transition sous-critique vers la turbulence. Cas de l’écoulement de Couette plan”, PhD Dissertation, (Université P.&M. Curie, Paris, 1995), p. 98.
- [28] See, e.g. H. Chaté, “Spatiotemporal Intermittency regimes of the one-dimensional complex Ginzburg-Landau equation”, *Nonlinearity* **7**, 185 (1994); M. van Hecke, “Building blocks of spatiotemporal intermittency”, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 1896 (1998).
- [29] J.J. Hegseth, C.D. Andereck, F. Hayot, and Y. Pomeau, “Spiral turbulence and phase dynamics”, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 257 (1989); F. Hayot and Y. Pomeau, “Turbulent domain stabilization in annular flow”, *Phys. Rev. E* **50**, 2019 (1994).

4.3 Comparaisons des différents résultats

Après cette étude sur les états asymptotiques et transitoires générés par une perturbation instantanée ou par des trempes, il apparaît un certain nombre de points communs entre les expériences des chapitres 2 et 3 et les résultats énoncés dans les deux articles précédents. En effet, pour l'expérience de perturbation de l'écoulement par un gros fil (voir Fig. 2.11), un régime d'intermittence spatio-temporelle est observé autour du fil entre l'état "rouleaux" et turbulent. Les rouleaux commencent à se déstabiliser pour $R_1 \in [295, 325]$ suivant leur diamètre, et la turbulence est persistante tout le long de l'envergure à partir $R_2 \simeq 325$. Pour la perturbation par la perle, le régime d'intermittence est observé entre $R'_1 \simeq 300$ et $R'_2 \simeq 325$. Or, nous avons montré qu'entre

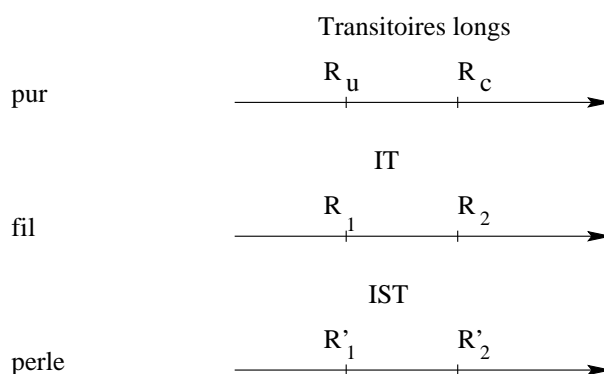


FIG. 4.22 - Différents seuils suivant les expériences pour l'écoulement non modifié avec une perturbation instantanée, noté pur, et pour l'écoulement perturbé de façon permanente, par le fil, puis la perle.

$R_u \simeq 312$ et $R_c \simeq 325$ il existe des régimes transitoires chaotiques longs et fluctuants spatio-temporellement quand on effectue une perturbation localisée ou une trempe. Lorsque $R_c > 325$, la turbulence est à nouveau persistante, ce qui indique qu'il existe un attracteur pour l'état turbulent au dessus de R_c . Cette valeur est précisément la même que celles trouvées dans les deux expériences de modification locale et permanente de l'écoulement. Les différents seuils, ainsi que les différents régimes, de transitoires longs, d'intermittence temporelle (IT) et d'intermittence spatio-temporelle (IST), sont résumés sur le schéma de la Fig. 4.22. Dans ces trois expériences on retrouve la trace d'un répulseur chaotique en dessous de R_c , R'_2 ou encore R_2 qui, au delà devient un attracteur. On peut remarquer que R_1 et R'_1 sont tous les deux inférieurs à R_u . Tout se passe comme si l'existence de perturbation permanente éten-

dait la plage de nombres Reynolds pour lesquels on observe de l'intermittence spatio-temporelle.

4.4 Influence du rapport d'aspect

Comme il a été signalé dans les deux articles qui précèdent, l'existence de l'intermittence spatio-temporelle n'est pas d'une évidence immédiate lorsqu'on effectue des expériences avec le rapport d'aspect Γ_0 . En effet les observations les plus courantes, après perturbation, sont des états où les domaines turbulents sont plus ou moins connexes. Pourtant, la tendance des spots turbulents à se propager par contamination via l'état de rouleaux contra-rotatifs, ainsi qu'à se séparer en deux ou trois parties, la possibilité de relaminarisation au sein de très gros spots turbulents à R élevé nous conduisent à penser que l'écoulement présente de l'intermittence spatio-temporelle. Pour vérifier cette conjecture nous avons augmenté le rapport d'aspect d'un facteur deux, $\Gamma = 2\Gamma_0$, en divisant par deux la largeur du gap.

Nous nous sommes ensuite demandé jusqu'à quel point le rapport d'aspect pouvait influencer la nature de la transition. Pour cela, nous l'avons cette fois divisé d'un facteur deux, $\Gamma = \Gamma_0/2$, en coupant en deux une courroie dans le sens de la largeur.

4.4.1 Demi-gap: $\Gamma = 2\Gamma_0$

Les expériences effectuées en demi-gap nous ont conforté dans l'idée d'une transition vers l'intermittence spatio-temporelle. En effet, pour un nombre de Reynolds suffisant, dès que l'on perturbe l'écoulement, un petit spot turbulent est créé, il se développe dans le reste de l'écoulement en se scindant en deux parties qui grossissent à leurs tour répétant le processus. Un régime de bandes turbulentes s'organise, formant préférentiellement des flèches ou boomerangs, et fluctuant dans l'espace et dans le temps.

La figure 4.23 représente une vue typique de cet état pour $R = 345$. L'état turbulent est représenté par les zones en grisé, l'état laminaire est en noir (mais bruité) et l'état "rouleaux" que l'on voit sous forme de traînées dans le plan (x, z) —réfléchissant le plus la lumière— est blanc.

Comme précédemment trois régimes sont observés suivant la valeur du paramètre de contrôle:

-Au dessus de $R_c \simeq 310$, l'intermittence spatio-temporelle est soutenue pendant des temps très longs.

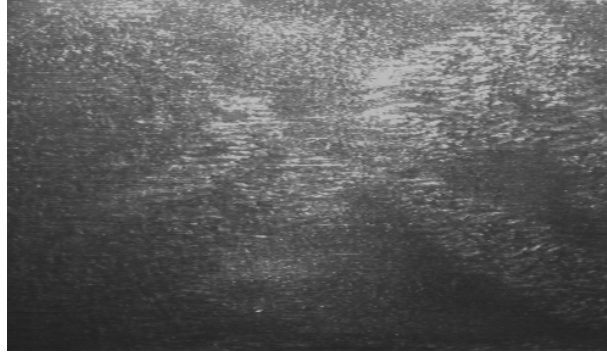


FIG. 4.23 - Photo de l'état intermittent dans le plan (x, z) pour $R = 345$.

-Au dessous d'un certain R_u , la perturbation décroît de façon monotone.

-Entre R_u et R_c , le spot turbulent initial peut se développer un moment en intermittence spatio-temporelle, mais au bout d'un certain temps chaque "bulle" intermittente fini par décroître, et retourne à l'écoulement laminaire initial.

Contrairement à l'étude en Γ_0 , nous n'avons pas cherché à identifier précisément les différents seuils, et ce principalement parce que la stabilité de la courroie dans cette configuration mécanique ne nous a pas permis de travailler dans de bonnes conditions. Cependant, au dessus de $R = 310$, l'intermittence est bien persistante, comme on peut le voir sur la figure 4.24 qui représente des vues (x, z) de l'écoulement pour $R = 315$ et $R = 320$, quelques dizaines de secondes après la perturbation. Lorsque $R \simeq 310$ le comportement est beaucoup plus fluctuant, et les spots peuvent relaxer.

Nous avons donc choisi de visualiser l'écoulement dans les différents régimes, et de caractériser le seuil R_c par la valeur du Reynolds pour laquelle la turbulence est persistante. Pour cela, nous avons effectué des séries de 6 expériences par nombre de Reynolds, chaque expérience démarrant sur une perturbation initiale par le jet avec une amplitude maximale dont nous enregistrons l'évolution pendant une dizaine de minutes.

La visualisation, moins bonne que pour l'expérience en Γ_0 , ne nous permet pas d'utiliser le traitement d'image par détection de contour que nous avons développé. Nous avons choisi de mettre en œuvre un nouveau traitement basé sur des diagrammes spatio-temporel où la distinction laminaire-turbulent est plus facile, et ce même à l'œil, comme on peut le constater sur les différentes figures de cette section. Ce traitement est détaillé dans l'annexe B.2.

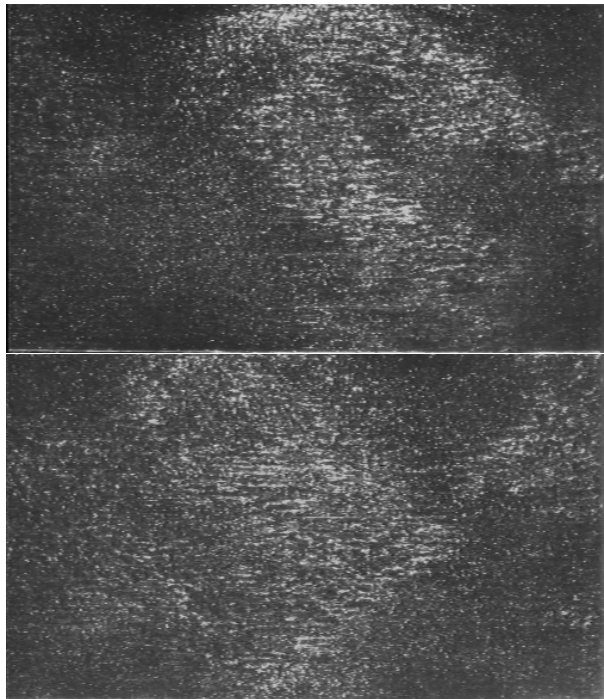


FIG. 4.24 - *Photos dans le plan (x, z) pour $R = 315$ et $R = 320$.*

Visualisations Spatio-temporelles

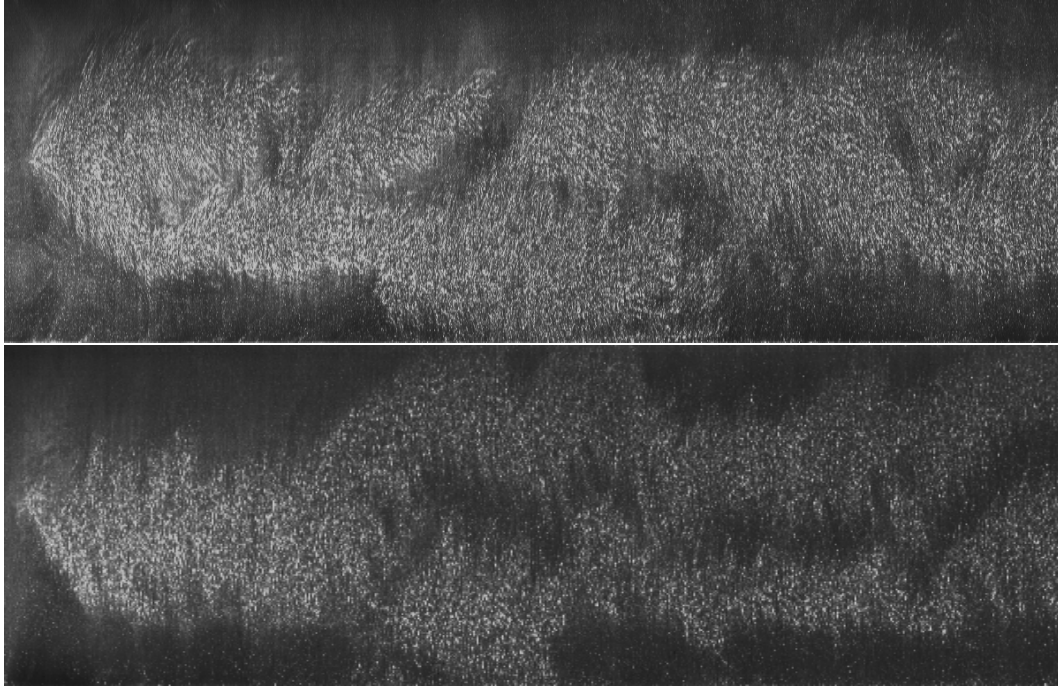


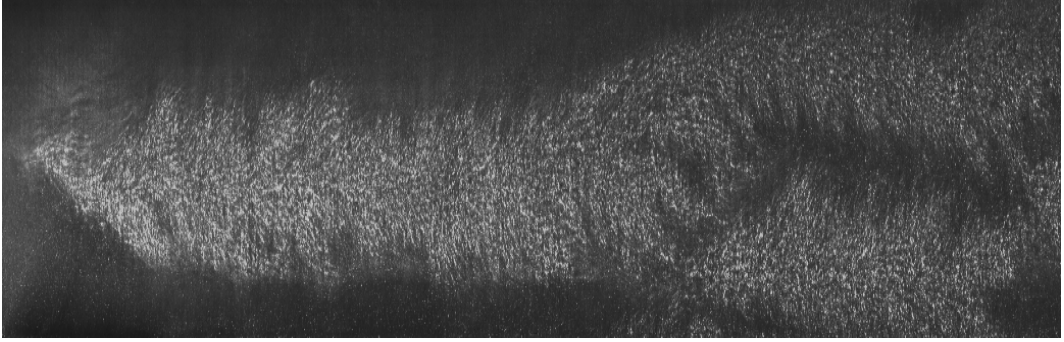
FIG. 4.25 - Diagrammes spatio-temporels pour $R = 334$ enregistrés sur deux colonnes (direction z) distantes de 16 cm, avec $\delta t = 190$ s. L'axe du temps allant vers la droite, et celui de l'envergure vers le haut.

Le système étant à deux dimensions d'espace, un diagramme spatio-temporel ne suffit pas pour conserver toute l'information spatiale. Nous avons choisis de quadriller le plan (x, z) par 8 colonnes d'acquisitions suivant z , régulièrement espacées en x ($\delta x \sim 8\text{cm}$).

La fréquence d'acquisition des diagrammes spatio-temporels est de 12.5 Hz, et chaque enregistrement, correspondant à une perturbation, dure environ 10 mn.

La figure 4.25 représente deux DST, séparés d'environ 16 cm dans la direction de l'écoulement.

On aperçoit clairement l'instant initial de perturbation, et surtout les structures propagatives de rouleaux qui entourent la turbulence, donnant cet aspect déterministe. La figure 4.26 est un DST pour le même R mais dont l'échelle de temps est dilatée de façon à mieux identifier les traînées en bordure de spot.

FIG. 4.26 - DST pour $R = 334$ avec $\delta t = 90$ s

Résultats

Nous avons cherché à évaluer la fraction turbulente au cours du temps afin déterminer sa moyenne pour un R donné. Nous ne mesurons pas directement F_t , mais nous l'approximons par

$$F_t \sim \frac{1}{8.L_z} \sum_{i=1}^8 L_{z,t}(i)$$

avec $L_z = 25.4$ cm, l'envergure de la courroie, et $L_{z,t}(i)$ la longueur turbulente de la $i^{\text{ème}}$ colonne.

La figure 4.27 représente l'évolution temporelle de la fraction turbulente pour $R = 310$ et $R = 334$. On remarquera que le comportement pour $R = 310$ est assez fluctuant, laissant suggérer que le régime d'intermittence persistante est tout juste atteint (alors qu'il faut attendre $R \simeq 323$ pour Γ_0) —il peut même sans doute s'effondrer complètement— alors que pour $R = 334$ la valeur moyenne est bien définie et ne fluctue plus autant.

La figure 4.28 représente l'évolution de la fraction turbulente moyenne avec R . On peut voir que celle-ci augmente de façon significative et passe de 0.25 à 0.6 entre 310 et 355 valeur après laquelle le bruit venant des bords est beaucoup trop important et gêne la mesure.

Discussion

On peut d'ores et déjà remarquer sur les photos dans le plan (x, z) , qui sont à la même échelle que celles prises à Γ_0 —par exemple la figure 4.2— que l'espacement entre les traînées (lignes de vitesses rapides) ou rouleaux longitudinaux est bien deux fois plus petit dans la configuration $2\Gamma_0$ que celui

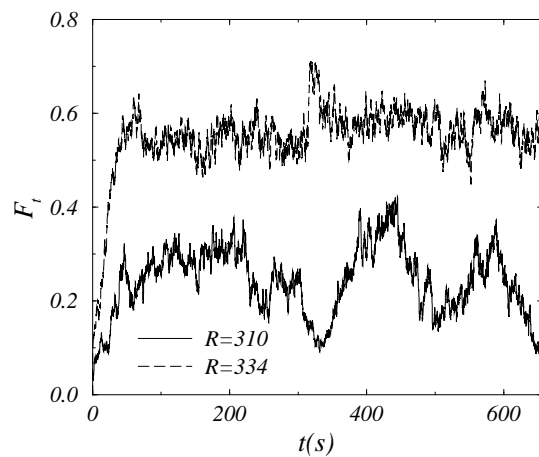


FIG. 4.27 - *Fraction turbulente temporelle pour $R = 310$ et $R = 314$.*

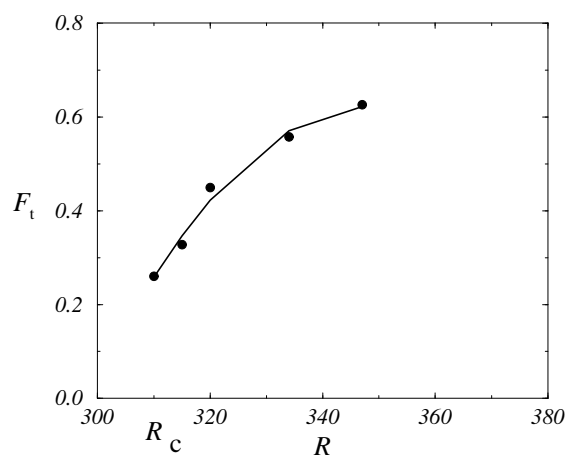


FIG. 4.28 - *Fraction turbulente moyenne en fonction du Reynolds.*

obtenu pour Γ_0 . Les structures sont donc bien fonction du gap, comme il est dit au chapitre 2. Par contre le temps de retournement des rouleaux est plus élevé, puisque qu'une valeur de R correspond à une échelle de vitesse deux fois plus grande.

En ce qui concerne le seuil R_c , il se trouve être décalé vers le bas par rapport à celui trouvé dans la configuration Γ_0 habituelle; la fraction turbulente, elle, augmente plus rapidement.

Il faut insister sur le fait que les expériences en demi-gap sont très bruitées. En effet, la vitesse de rotation est assez élevée ($\sim 20\text{cm/s}$) pour le dispositif expérimental, et la turbulence arrive par les bords latéraux à relativement petit nombre de Reynolds. Si le bruit intrinsèque est trop important, il se peut qu'il empêche la relaminarisation localement dans l'espace physique et maintienne la turbulence à R plus bas, décalant ainsi le seuil.

4.4.2 Demi-courroie: $\Gamma = \Gamma_0/2$

Pour installer cette configuration, nous avons disposé la courroie au centre des cylindres de guidages, c'est à dire que les bords de la courroie sont maintenant à une vingtaine de centimètres du fond de l'aquarium pour le bas et de la surface de l'eau pour le haut. C'est d'ailleurs une situation difficile à stabiliser mécaniquement étant donné que tout mouvement ascendant ou descendant ne peut-être corrigé.

Les expériences effectuées en demi-courroie vont dans le même sens que celles en demi-gap. Nous avons évalué le seuil de turbulence persistante en perturbant l'écoulement avec le jet, et enregistré quelques séries d'expériences durant une dizaine de minutes pour chaque R au-delà de R_c . Cette fois, le rapport d'aspect étant diminué, le petit spot turbulent initié par le jet garde une forme connexe, ne se partage plus en deux, il est très localisé en x mais touche les bords de l'envergure, et ne donne plus aucun signe d'intermittence spatio-temporelle. Le seuil de turbulence persistante est décalé vers le haut: $R_c \sim 355$. Lorsque l'on augmente R , la fraction turbulente ne varie plus beaucoup, comme on peut le voir sur les instantanés de la figure 4.29 pris pour $R = 355, 399, 458$.

Partant des enregistrements aux différents R , et après traitement des images, nous avons mesuré la moyenne de F_t pour cette configuration $\Gamma_0/2$. Sa variation, représentée sur la figure 4.30, est assez faible puisque pour R passant de 350 à 500, F_t n'augmente que de $\delta F_t = 0.15$. Une explication possible de ce phénomène serait que de l'énergie turbulente est évacuée en permanence aux bords de la courroie vers le fluide au repos entourant l'écoulement. On peut d'ailleurs voir sur la figure 4.31 prise à $R = 458$ que la turbulence est éjectée

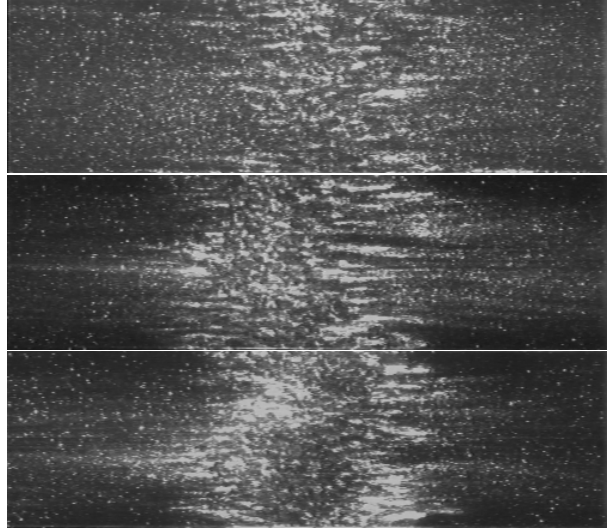


FIG. 4.29 - Photos dans le plan (x, z) pour $R = 355$, $R = 399$ et $R = 458$ de bas en haut.

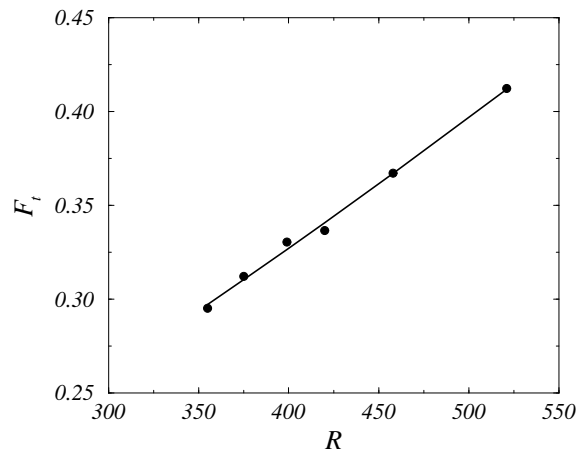


FIG. 4.30 - Fraction turbulente soutenue en fonction du R .

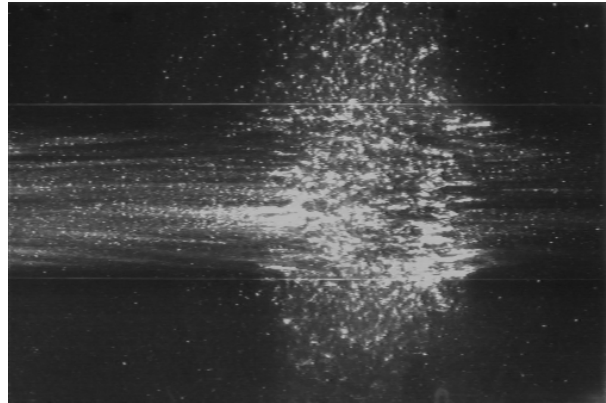


FIG. 4.31 - *Vue expérimentale totale pour $R = 458$.*

de façon quasi-circulaire de part et d'autre de la courroie qui apparaît comme un mince filet brillant sur la photographie.

Dans la configuration du rapport d'aspect Γ_0 et encore plus $2\Gamma_0$, la situation s'apparente un peu plus à une situation infinie où il n'y a pas de perte sur les bords (écoulement fermé). Cependant, les effets de taille finie pour l'expérience à $\Gamma_0/2$ sont très certainement plus importants qu'à plus grand rapport d'aspect et peuvent donc contraindre F_t . On remarquera également que les mesures ont été poussées bien plus haut en nombre de Reynolds que pour les autres rapports d'aspects.

Nous avons noté durant des expériences que la turbulence venant de bords était fortement diminuée puisque à $R = 550$ elle commençait tout juste à pénétrer dans la zone expérimentale. C'est d'ailleurs un effet surprenant, puisque les conditions de bruit expérimental devraient être les mêmes qu'en Γ_0 , seule la largeur de la courroie ayant été modifiée.

Nous avons effectué une série de mesures du temps de vie en dessous du seuil, avec initialisation par un jet transverse d'amplitude maximale. La figure 4.32 représente l'histogramme cumulé décroissant des durées de vie pour un spot initié à $R = 334$. L'allure est similaire à celles obtenue en Γ_0 , laissant suggérer une décroissance exponentielle du temps de vie.

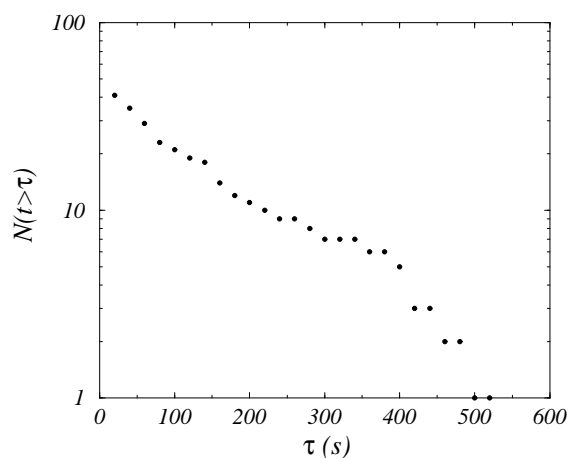


FIG. 4.32 - *Histogrammes cumulés décroissant des durées de vie pour des spots initiés avec le jet à $R = 334$.*

4.5 Conclusion

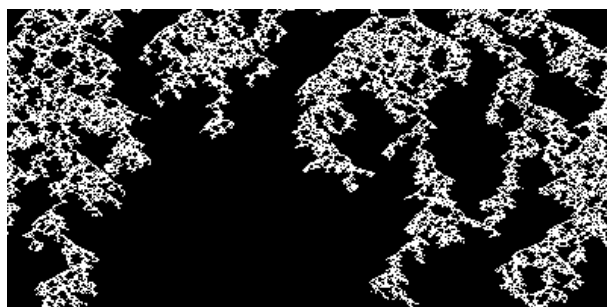


FIG. 4.33 - *Régime d'intermittence spatio-temporelle au voisinage du seuil pour $r = 2.1$ et $k = 1$, $d = 1$; d'après Chaté Manneville (1988a).*

Les expériences en demi-gap ont permis de vérifier que l'état bifurqué est bien un état d'intermittence spatio-temporelle avec des domaines turbulents séparés de l'état laminaire par des fronts portant des structures propagatives. En effet, compte-tenu des résultats des paragraphes précédents concernant la caractérisation des états turbulents à Γ_0 , les instantanés de l'écoulement (Fig. 4.23,4.24) ainsi que les diagrammes spatio-temporels (4.26,4.25) sont bien descriptibles en terme de signal télégraphique. On peut d'ailleurs comparer ces diagrammes spatio-temporels avec ceux obtenus par simulation du modèle simple

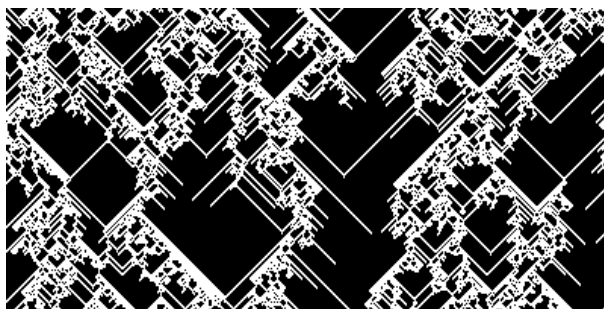


FIG. 4.34 - Régime d'intermittence spatio-temporelle au voisinage du seuil pour $r = 3$ et $k = 1$, $d = 1$; d'après Chaté Manneville (1988a).

(§4.2). La figure 4.33 est un diagramme spatio-temporel (DST) pour $r = 2.1$, $k = 1$ et en une dimension d'espace, l'intermittence ressemble beaucoup à celle que l'on peut observer en percolation dirigée, parce que la probabilité d'avoir un long transitoire local est grande, ce qui confère un caractère stochastique à la dynamique, bien que définie de façon déterministe. La figure 4.34 représente le cas $r = 3$, $k = 1$, $d = 1$ pour lequel la nature déterministe de la dynamique locale est prépondérante avec notamment la présence de structures propagatives. Ce dernier type de DST semble le plus proche de l'intermittence observée expérimentalement. Ceci peut se comprendre par la présence des rouleaux, qui comme c'est le cas dans le modèle, conditionnent la dynamique et induisent des exposant différents pour la distribution de la taille des domaines laminaires, de ceux de la percolation dirigée, régie par des règles d'évolution probabilistes.

Nous avons vérifié le caractère discontinu de transition vers l'intermittence spatio-temporelle, avec en dessous du seuil, correspondant au “plateau de Maxwell”, un état métastable pouvant être assimilé à un transitoire turbulent. A ce transitoire est associé un répulseur chaotique (au sens des systèmes dynamiques) —même si ici le système est étendu— donnant la possibilité d'effondrement du régime turbulent. Au dessus du seuil, l'état turbulent spatio-temporel devient stable: d'un répulseur nous sommes passés à un attracteur. Par conséquent, au dessus de R_c , il existe une courbe d'amplitude critique définissant deux domaines: l'un où la perturbation perdure en donnant naissance à de l'intermittence spatio-temporelle et l'autre où l'on a un retour à l'état laminaire. La figure 4.35, résultant du modèle simple détaillé au chapitre 4.2 dans le cas discontinu $k = 1/2$, illustre bien ces différents régimes.

S'inspirant de la théorie de nucléation de phase de Gibbs-Vollmer, Pomeau [dans Bergé, Pomeau et Vidal (1998)], émet l'idée que la formation des spots

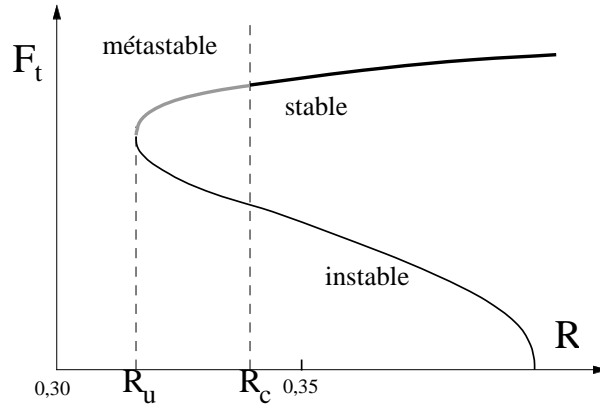


FIG. 4.35 - Variation de la fraction turbulente en fonction du paramètre de contrôle, noté ici R , mais correspondant à ϵ dans le cas $k = 1/2$ du modèle (§4.2); d'après Chaté Manneville (1988b).

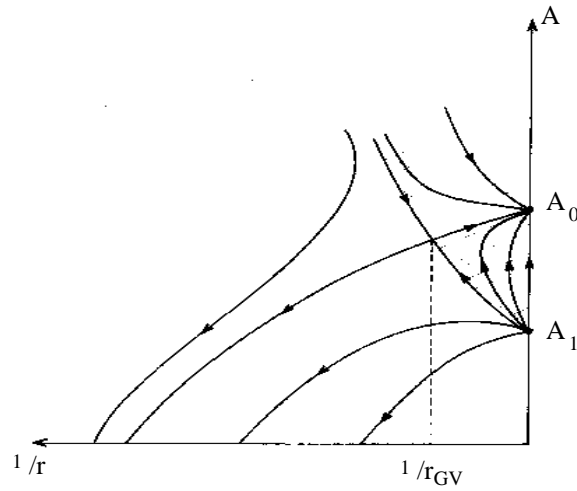


FIG. 4.36 - Portrait de phase dans le plan $(A, 1/r)$ pour $R > R_c$, d'après Bergé et al. (1998).

turbulents dans l'écoulement de Couette dépend de la taille et de l'amplitude de la perturbation initiale. Cette analyse théorique de la transition, du type thermodynamique, est une approximation de champ moyen. Dans son analyse, Pomeau déploie l'amplitude de la perturbation dans un plan $(1/r, A)$, où r représente le rayon de la perturbation, et A le paramètre d'ordre identifié à la valeur quadratique moyenne des variations du champ de vitesse. Dans cette description, le noyau de Gibbs-Vollmer r_{GV} est défini par la taille de la plus petite sphère de la phase stable qu'il faut créer pour que cette phase stable croisse et envahisse le reste du système, lorsque le nombre de Reynolds est au dessus de R_c , le seuil de turbulence persistante. Ce rayon diverge lorsqu'on se rapproche de R_c par valeurs supérieures. La figure 4.36 représente le portrait de phase dans le plan du paramètre d'ordre et de l'inverse du rayon pour $R > R_c$, et la figure 4.37 le portrait tridimensionnel en fonction du Reynolds. La courbe d'amplitude critique déterminée expérimentalement apparaît comme

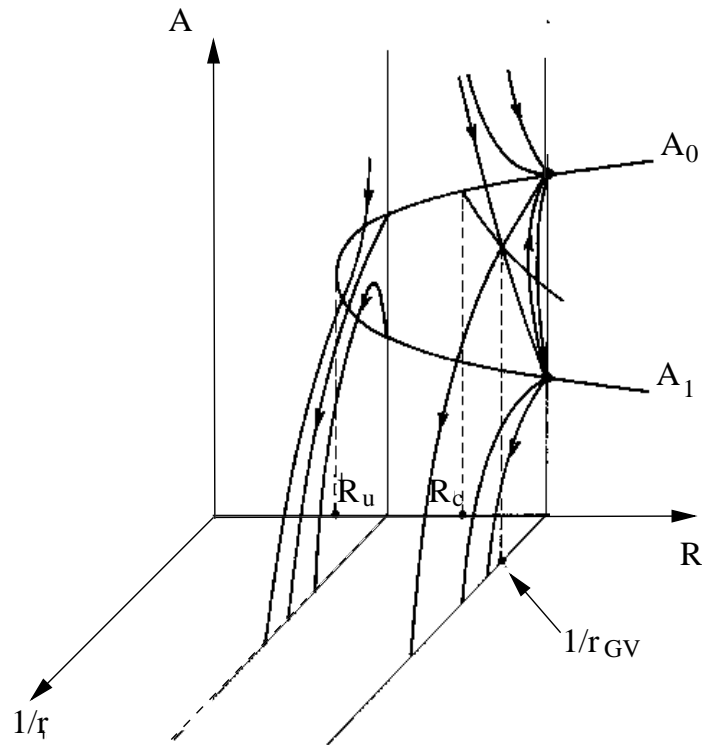


FIG. 4.37 - Portrait de phase dans un espace tridimensionnel $(A, 1/r, R)$, d'après Bergé et al. (1998).

une combinaison de ces deux paramètres dont il est difficile de séparer les

effets. A ce propos, nous avons vu au paragraphe 4.2 que varier l'amplitude de la perturbation initiale permet de varier la surface effective de la perturbation, s^* . Par ailleurs, cette dernière peut être constituée d'états différents, i.e. avoir des énergies différentes (expérimentalement cela se traduit par une surface plus ou moins formée de rouleaux ou de turbulence petite échelle). Dans cette analogie avec la nucléation de phase, lorsque la taille de la goutte de nucléation dépasse le rayon du noyau de Gibbs, l'état asymptotique est un état turbulent homogène. Ceci est en contradiction avec les résultats expérimentaux. Pour expliquer cette différence, Pomeau utilise un argument de réduction locale du nombre de Reynolds, qui entraînerait la localisation du spot et expliquerait que la région turbulente reste finie.

En fait, ainsi que Pomeau le suggère lui-même, si cette description omet la possibilité de séparation en sous-systèmes de spots turbulents et donc d'intermittence spatio-temporelle, ainsi que de transitoires turbulent, c'est parce qu'elle n'est valable que loin des seuils et en l'absence de fluctuations. Or les régimes d'intermittence observés expérimentalement sont justement très près des seuils, du moins pour le rapport d'aspect Γ_0 . Par contre, cette vision décrit de façon très satisfaisante, au point de vue phénoménologique, les conditions de naissance des spots turbulents.

Les expériences avec les trois rapports d'aspects montrent que:

—A grand rapport d'aspect, $2\Gamma_0$, on a un mécanisme de couplage et une description déterministe de propagation de l'état turbulent par contamination et d'interaction, du type de l'intermittence spatio-temporelle.

—A petit rapport d'aspect, $\Gamma_0/2$, l'état bifurqué est composé d'un seul spot connexe, le système est petit au sens des systèmes dynamiques. La fraction turbulente F_t , semble pratiquement fixée et augmente très peu avec R .

—A rapport d'aspect intermédiaire, Γ_0 , le système est redevable des deux descriptions: le spot turbulent garde une trace de l'intermittence spatio-temporelle, mais conserve souvent son aspect de spot isolé dans l'écoulement. Ceci nous donne une indication des échelles nécessaires pour avoir affaire à une description en termes de systèmes couplés.

En conclusion, une étude plus détaillée des propriétés statistiques de l'intermittence spatio-temporelle nécessiterait un système encore plus grand.

D'autre part, la saturation de l'état turbulent, et donc l'existence de poches turbulentes localisées n'est pas encore élucidée, ce sera précisément la motivation du chapitre suivant.

Chapitre 5

Equation de Ginzburg-Landau complexe sous-critique

5.1 Introduction

La limitation de la taille des fronts turbulents dans l'écoulement de Couette plan reste à ce jour inexpliquée. L'équation de Ginzburg-Landau d'ordre cinq GL5 présente, comme l'écoulement de Couette plan, une bifurcation sous critique entre sa solution de base et la solution bifurquée, même si dans le cas de l'écoulement de Couette plan le point de branchement est à l'infini. Cette équation a fait l'objet de plusieurs études dans le cadre de la recherche de solutions localisées. Pomeau et Hayot (1994) ont ajouté un terme intégral à l'équation à coefficients réels d'ordre cinq (RGL5) pour expliquer la saturation de la turbulence dans l'écoulement de Taylor-Couette. Dans le cas de l'écoulement de Couette plan la symétrie de révolution justifiant le terme intégral disparaît, de sorte que la limitation de la taille des spots turbulents n'est pas redevable de cette étude.

Thual et Fauve (1988), puis (1990), obtiennent pour l'équation d'amplitude complexe, à coefficients complexe (CGL5), des solutions localisées structurellement stables, dont la taille est sélectionnée par le terme dissipatif. Ils montrent que la stabilisation de paquets d'ondes localisés est due aux effets non variationnels.

Deissler et Brand (1994), étudient la même équation et obtiennent un régime de solutions localisées, également de taille fixe, mais dont l'enveloppe peut osciller de façon périodique, puis chaotique.

Ces solutions commencent à ressembler à certains spots turbulents observés dans l'écoulement de Couette plan, si l'on considère l'amplitude de la solution

$1D$ comme l'enveloppe du spot, dans la direction de l'écoulement. En effet lorsque pour un nombre de Reynolds donné, une poche turbulente est stabilisée à une taille donnée au sein de l'écoulement laminaire, la taille n'est constante qu'en moyenne, et de légères modulations de l'enveloppe des spots sont observées par Tillmark et Alfredsson (1992) et Daviaud, Hegseth et Bergé (1992).

Sakagushi et Brand (1996) ont trouvé dernièrement en simulant une équation de Swift-Hohenberg d'ordre cinq, des solutions localisées de longueur arbitraire. Ils notent, dans une revue détaillée, que dans la plupart des études d'équation de GL, l'existence de solutions localisées stables nécessite deux conditions: l'existence de deux états localement stables et spatialement homogènes de l'équation (l'un nul et l'autre non-nul), et les coefficients complexes qui permettent une rétro-action entre l'amplitude et la phase.

Pour modéliser l'existence de solutions localisées observées expérimentalement, nous avons donc choisi d'étudier une équation de CGL5 la plus générique possible, présentant les invariances et symétries usuelles, et de ce fait nous retrouvons les termes étudiés séparément par les différents auteurs cités précédemment. Nous ajoutons un terme stabilisant en espace et d'ordre cinq dans le but de localiser des structures de tailles variables.

L'équation de Ginzburg-Landau sous-critique à coefficients complexes avec le terme spatial d'ordre cinq s'écrit donc:

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \mu A + (\alpha_r + i\alpha_i) \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + (\beta_r + i\beta_i) |A|^2 A + (\gamma + i\delta) |A|^4 A + (\zeta + i\kappa) \left| \frac{\partial A}{\partial x} \right|^2 A \quad (5.1)$$

Le dernier terme est le terme en gradient non-linéaire d'ordre le plus bas, qui ne brise pas la symétrie de l'équation. Il domine lorsque l'amplitude ou la phase de A varient rapidement, et nous nous attendons à ce que le coefficient μ soit renormalisé ($\mu_{\text{eff}} = \mu + \zeta |A_x|^2$) de sorte qu'il stabilise des solutions localisées. Dans la pratique, nous verrons que ce terme contrôle la taille des solutions localisées obtenues dans une certaine gamme des paramètres.

Pour assurer la sous-criticalité de l'équation de Ginzburg-Landau, nous prenons $\gamma < 0$, et $\beta_r > 0$. α_r étant le coefficient de diffusion de l'équation, son signe est donc également fixé: $\alpha_r > 0$.

Cette équation peut être adimensionnée en faisant un changement de variable approprié en espace et en amplitude. Nous obtenons ainsi:

$$\frac{\partial A'}{\partial t} = \mu A' + (1+i\alpha) \frac{\partial^2 A'}{\partial X^2} + (1+i\beta) |A'|^2 A' + (\gamma' + i\delta') |A'|^4 A' + (\zeta' + i\kappa') \left| \frac{\partial A'}{\partial X} \right|^2 A'$$

avec

$$\alpha = \frac{\alpha_i}{\alpha_r} \quad \beta = \frac{\beta_i}{\beta_r} \quad \gamma' = \frac{\gamma}{\beta_r^2} \quad \delta' = \frac{\delta}{\beta_r^2}$$

$$\zeta' = \frac{\zeta}{\alpha_r \beta_r} \quad \text{et} \quad \kappa' = \frac{\kappa}{\alpha_r \beta_r}$$

qui peut s'écrire en supprimant les primes:

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \mu A + (1+i\alpha) \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + (1+i\beta) |A|^2 A + (\gamma + i\delta) |A|^4 A + (\zeta + i\kappa) \left| \frac{\partial A}{\partial x} \right|^2 A \quad (5.2)$$

Afin de pressentir l'influence du nouveau terme spatial, nous nous intéressons à l'équation à coefficients réels.

5.2 Etude analytique

5.2.1 Influence du terme spatial dans le cas de RGL5

Pour la suite des calculs, nous adoptons la notation suivante:

$$\frac{\partial F}{\partial t} = F_t \quad \frac{\partial F}{\partial x} = F_x \quad \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = F_{xx}$$

L'équation RGL5, à amplitude et coefficients réels, avec terme spatial s'écrit:

$$A_t = \mu A + \alpha_r A_{xx} + \beta_r A^3 + \gamma A^5 + \zeta A_x^2 A$$

Nous recherchons des solutions de solutions localisés stationnaires, qui pourront être vu comme la juxtaposition de deux fronts connectant une solution $A = 0$ à une solution $A \neq 0$ et vice-versa. En recherchant les solutions stationnaires de cette équation, nous nous trouvons avec un système dynamique en x de la forme:

$$\begin{cases} A_x &= u \\ u_x &= -\frac{1}{\alpha_r} [\mu A + \beta_r A^3 + \gamma A^5 + \zeta u^2 A] \end{cases} \quad (5.3)$$

$$u_x = -\frac{1}{\alpha_r} [f(A) + \zeta u^2 A]$$

$$\text{avec} \quad f(A) = \mu A + \beta_r A^3 + \gamma A^5$$

qui admet cinq points fixes lorsque

$$\frac{\beta_r^2}{4\gamma} < \mu < 0$$

L'un est $A = 0$ et les autres sont solutions de l'équation: $u_x = 0$, le diagramme de bifurcation (Fig. 5.1) s'obtient en calculant ces solutions comme cela est détaillé dans l'annexe C dans le cas complexe.

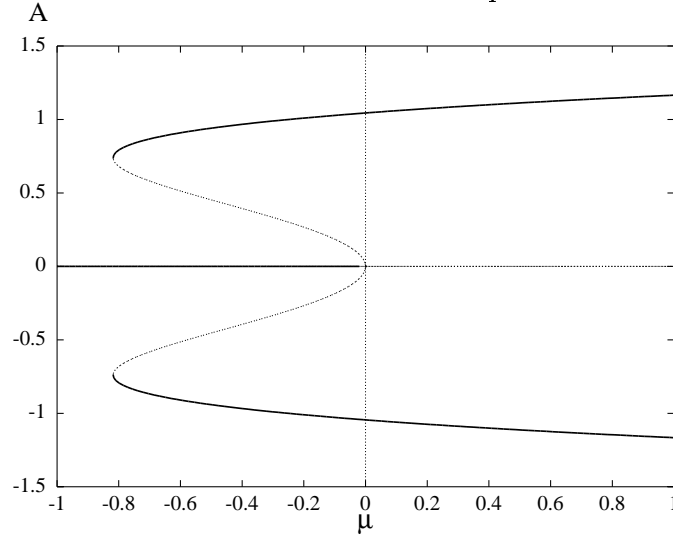


FIG. 5.1 - *Diagramme de bifurcation pour $\alpha_r = 1$, $\beta_r = 3$, $\gamma = -2.75$ $\zeta = 0$. Ici $\mu_{pt} = -0.818$, les lignes en gras représentent les solutions stables.*

Nous noterons le point d'apparition des solutions, le point tournant, par $\mu_{pt} = \frac{\beta_r^2}{4\gamma}$. Pour faire le portrait de phase, il nous faut regarder comment se connectent les solutions, et donc faire tout d'abord leur analyse de stabilité linéaire.

solution $A = 0$: Nous obtenons comme système, linéarisé autour de 0:

$$\begin{pmatrix} A_x \\ u_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{-\mu}{\alpha_r} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A \\ u \end{pmatrix}$$

Ce qui nous donne comme polynôme caractéristique:

$$\lambda^2 + \frac{\mu}{\alpha_r} = 0$$

μ étant négatif, on obtient:

$$\lambda = \pm \sqrt{\frac{-\mu}{\alpha_r}}$$

Donc il existe une direction stable et une direction instable. Le portrait de phase est localement celui d'un point selle.

solution $A = A_0$: Avec $A = A_0$ appartenant à la branche de solution non-triviale (l'une ou l'autre des deux solutions possibles). Nous prenons:

$$\begin{aligned} A &= A_0 + a \\ u &= u \end{aligned}$$

Nous obtenons comme système, linéarisé autour de A_0 :

$$\begin{pmatrix} a_x \\ u_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{-\mu}{\alpha_r}(\mu + 3\beta_r A_0^2 + 5\gamma A_0^4) & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ u \end{pmatrix}$$

ce qui nous donne comme polynôme caractéristique:

$$\lambda^2 = \frac{-1}{\alpha_r}(\mu + 3\beta_r A_0^2 + 5\gamma A_0^4)$$

L'étude du signe de λ^2 s'obtient en différentiant l'équation de la courbe de bifurcation, puisque α_r est positif.

$$\begin{aligned} Ad\mu + (\mu + 3\beta_r A^2 + 5\gamma A^4)dA &= 0 \\ A \frac{d\mu}{dA} &= -(\mu + 3\beta_r A^2 + 5\gamma A^4) \end{aligned}$$

$\frac{d\mu}{dA}$ n'est rien d'autre que l'incrément de la courbe du diagramme de bifurcation (Fig. 5.1).

Nous étudions les solutions positives A^+ (par symétrie nous déduisons celles qui sont négatives). Pour la branche du haut (A_h), μ croît lorsque A croît, le signe de λ^2 est donc positif. Pour la branche du bas (A_b), μ décroît lorsque A croît, le signe de λ^2 est donc négatif. En résumé:

—Pour A_h , $\lambda^2 > 0$, il existe une direction stable, et une direction instable. Le portrait de phase local est encore celui d'un point selle.

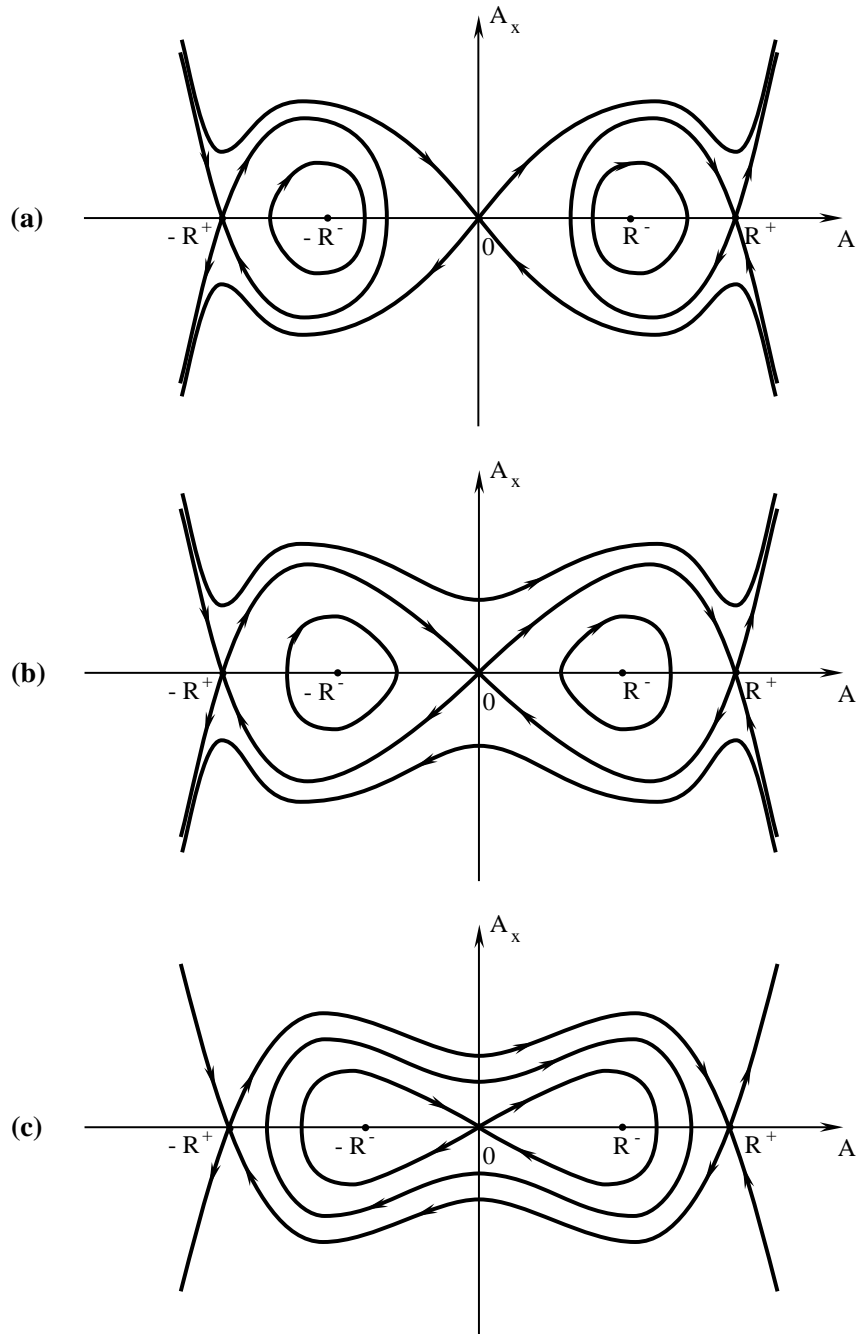


FIG. 5.2 - Portrait de phase pour le système dynamique en x correspondant aux solutions stationnaires de l'équation de Ginzburg-Landau réelle. (a) $\mu < \mu_M$; (b) $\mu = \mu_M$; (c) $\mu > \mu_M$.

—Pour A_b , $\lambda^2 < 0$, λ est imaginaire pur, le portrait de phase local est maintenant celui d'un centre.

Lorsque μ varie de μ_{pt} à 0, l'espace des phases va passer du cas où les trajectoires divergent à l'infini (Fig. 5.2 (a)), au cas où la solution 0 possède une trajectoire homocline (Fig. 5.2 (c)). Nous nous intéressons à une solution qui joint $A = 0$ à $A = A_h$ lorsque x tend vers l'infini. Jusqu'à présent, le coefficient ζ n'est pas encore intervenu dans la discussion.

Pour $\zeta = 0$, la seule valeur de μ pour laquelle nous avons une trajectoire hétérocline qui connecte la solution 0 à la solution A_h est le point de Maxwell, μ_M . Le point de Maxwell étant défini comme le point où le potentiel de la solution 0 est égal au potentiel de la solution A_0 . Avec

$$V(A) = \frac{\mu}{2}A^2 + \frac{\beta_r}{4}A^4 + \frac{\gamma}{6}A^6$$

Ceci nous donne deux équations vérifiées par A_0 , l'une venant de l'égalité des potentiels: $V(A_0) = V(0) = 0$, et l'autre étant la définition de la solution A_0 (Eq. 5.3 pour $\zeta = 0$):

$$\begin{aligned}\mu + \frac{\beta_r}{2}A_0^2 + \frac{\gamma}{3}A_0^4 &= 0 \\ \mu + \beta_r A_0^2 + \gamma A_0^5 &= 0\end{aligned}$$

et donc:

$$\begin{aligned}A_{0M}^2 &= -3\frac{\beta_r^2}{4\gamma} \\ \mu_M &= 3\frac{\beta_r^2}{16\gamma}\end{aligned}$$

Dans ce cas, la connection entre la solution 0 et la solution A_h est hétérocline, la Fig. 5.2 (b) représente le portrait de phase pour $\mu = \mu_M$.

Lorsque $\zeta \neq 0$, il agit comme un μ effectif, et crée une connection hétérocline entre 0 et A_h , et donc en juxtaposant les 2 fronts, peut localiser des solutions de taille arbitraire pour $\mu \neq \mu_M$.

Quand $\mu > \mu_M$ nous voulons $\zeta < 0$ (pour diminuer μ_{eff})

Quand $\mu < \mu_M$ nous voulons $\zeta > 0$ (pour augmenter μ_{eff})

La preuve de l'existence et de l'unicité de solutions connectant $A = 0$ et $A \neq 0$ dans le cas réel a été obtenue par Joceline Lega [Bottin et Lega (1998)] par des considérations sur l'espace des phases et sur l'unicité de la connection hétérocline quand ζ varie.

5.3 Méthode numérique

Nous utilisons une méthode pseudo-spectrale, qui suit l'algorithme dit de «slaved frog» que l'on peut trouver dans un article de Frish, She et Thual (1986) avec des conditions de bord périodiques. Les termes linéaires différentiels sont calculés dans l'espace spectral, et les termes non-linéaire dans l'espace physique. Les changements de représentation sont effectués en utilisant des transformations de Fourier rapide.

Brièvement, le calcul de l'évolution dans le temps est fait en écrivant l'Eq. 5.1 dans l'espace Fourier et sous la forme:

$$\begin{aligned}\partial_t a_k &= \mathcal{L}_k a_k + \widehat{N(A)}_k \\ \text{avec } \mathcal{L}_k &= \mu - (\alpha_r + i\alpha_i)k^2\end{aligned}$$

que l'on peut écrire,

$$\begin{aligned}\partial_t [e^{-\mathcal{L}_k t} a_k] &= -\mathcal{L}_k (e^{-\mathcal{L}_k t} a_k) + e^{-\mathcal{L}_k t} \partial_t a_k \\ &= e^{-\mathcal{L}_k t} (-\mathcal{L}_k a_k + \partial_t a_k) = e^{-\mathcal{L}_k t} \widehat{N(A)}_k\end{aligned}$$

d'où en intégrant:

$$\begin{aligned}e^{-\mathcal{L}_k(t+dt)} a_k(t+dt) - e^{-\mathcal{L}_k(t)} a_k(t) &= \int_t^{t+dt} \widehat{N(A)}_k e^{-\mathcal{L}_k(t')} dt' \\ &\simeq \frac{e^{-\mathcal{L}_k(t+dt)} - e^{-\mathcal{L}_k(t)}}{-\mathcal{L}_k} \widehat{N(A)}_k(t)\end{aligned}$$

si $\widehat{N(A)}_k$ varie lentement en temps.

Finalement:

$$a_k(t+dt) = e^{\mathcal{L}_k dt} a_k(t) + \frac{e^{\mathcal{L}_k dt} - 1}{\mathcal{L}_k} \widehat{N(A)}_k(t)$$

Reste à calculer par itération $a_k(t+dt)$, le terme linéaire est donc calculé de façon exacte dans l'espace des k et le terme non-linéaire est approché par $\left[\frac{3}{2}\widehat{N(A)}_k(t) - \frac{1}{2}\widehat{N(A)}_k(t-dt)\right]$ dans l'espace direct.

Le programme est écrit en fortran et nous utilisons l'ensemble de bibliothèques AVS-Fortran. Le logiciel AVS permet de visualiser dynamiquement l'avance en temps de la solution, mais surtout présente une convivialité certaine pour ce qui est de la variation continue des paramètres, conditions initiales... Au départ, nous traçons le spectre et bien sûr l'évolution du module, de la partie réelle et imaginaire de l'amplitude de la solution A sont représentées en

fonction de l'espace et s'affichent au cours du temps. L'intérêt d'AVS, encore plus sans doute pour un expérimentateur, est de pouvoir configurer de façon tout à fait personnelle l'environnement et de pouvoir varier dynamiquement tous les paramètres désirés. On peut ainsi avoir une intuition physique du phénomène en le regardant réagir et évoluer en fonction des différents changements de conditions "expérimentales". Nous allons à présent donner quelques informations concernant ce logiciel de visualisation.

5.3.1 Interface de visualisation

AVS (Advanced Visual System) apparaît comme un ensemble de fenêtres, avec principalement un «network editor» et un panneau de contrôle et de choix d'options pour les différents modules qui seront incrémentés. Le «network editor» est un cadre où l'on peut sélectionner différents modules comme des filtres, entrées, sorties, images... Il permet également de personnaliser la configuration de travail, et de sauvegarder ou de charger un environnement de travail. Lorsque le programme est compilé il apparaît sous forme de module que l'on place au centre de la page du "network editor". Sur la figure nous voyons que le module de l'exécutable (cgl5) présente un certain nombre d'entrées-sorties que l'on connecte à d'autres modules tels que des extractions de vecteurs, de scalaires que l'on redirige vers d'autres modules de graphes, filtres, images, sortie de données, sorties postscript... On définit ensuite une page de travail où l'on place les graphes désirés, ainsi que tous les paramètres variables qui apparaissent sous la forme de boutons à tourner. Pour chaque graphe ajouté nous avons la possibilité de les visualiser sur des fenêtres séparées ou non, en mettant les paramètres utiles à portée de main sur la même page. Nous visualiserons le spectre, $|A|$, $\Phi(A)$, $\Re(A)$, $\Im(A)$, un diagramme spatio-temporel et l'évolution des valeurs propres.

5.4 Vérification numérique

5.4.1 A l'aide de la solution analytique

Cette simulation permet de vérifier si les résultats du code sont en accord avec les calculs analytiques. Pour cela il suffit de prendre comme condition initiale l'onde plane solution analytique de l'équation, avec comme module soit celui de la solution de la branche du haut soit celui de celle du bas (voir Eq. C.4), et de la laisser évoluer. Nous regardons son évolution dans le temps en fonction de l'espace des paramètres, ainsi que les taux de croissance suivant le

nombre d'onde de la solution. Nous pouvons vérifier les valeurs du module, de l'amplitude des solutions ainsi que leur stabilité. Cela nous permet également de nous faire une idée du domaine de stabilité dans l'espace des paramètres. Nous pouvons observer, en perturbant par du bruit, que la solution du bas est bien instable d'amplitude, et rejoint soit la solution du haut soit la solution de base $A = 0$.

5.4.2 A l'aide de résultats connus

Nous avons également vérifié la validité du code en le testant avec les résultats de Deissler et Brand (1994) (DB). En prenant les notations de l'Eq. 5.1, nous nous plaçons aux valeurs de $\mu = -0.1$, $\alpha_i = -1.1$, $\beta_r = 3$, $\beta_i = 1$, $\gamma = 2.75$, $\delta = 1$ et $\zeta = \kappa = 0$. Pour $\alpha_r = 1.2$ la solution est un pulse localisé stationnaire. Pour $\alpha_r = 0.9$, le pulse du départ se déforme légèrement, de petites ailes poussent sur les côtés donnant une impression de respiration périodique de la solution localisée d'allure plus ou moins gaussienne. Les ailes sur les côtés partent du haut de la gaussienne, puis descendent vers $|A| = 0$ pour disparaître et réapparaître à nouveau.

Pour $\alpha_r = 0.88$ la solution est du même type, mais le régime est quasi-périodique, la figure 5.3 représente quatre vues de l'amplitude de la solution à des instants donnés séparés de quelques pas de temps (entre 2 et 4) formant une des oscillations du régime quasi-périodique qui elles mêmes ont une durée $\Delta t \sim 15$. Ces graphes représentent des coupes transversales du diagramme spatio-temporel de la fig. 5.4, où l'axe horizontal représente l'espace, l'axe vertical orienté vers le bas le temps, l'échelle de gris donnant l'amplitude de la solution. Pour $\alpha_r = 0.873$ le régime devient chaotique. Pour obtenir ces solutions, nous avons pris comme condition initiale une gaussienne d'une amplitude donnée, puisque l'état asymptotique dépend de la condition initiale. Par exemple, lorsque α diminue, il faut diminuer l'amplitude de la condition initiale si nous voulons obtenir une solution localisée, autrement nous convergions vers la solution de la branche du haut uniforme en x .

La figure 5.5 représente l'amplitude de la solution en un endroit donné x_0 , au cours du temps pour les régimes quasi-périodiques et chaotiques.

5.5 Résultats

Tout le long de cette étude, nous nous plaçons à $\mu = -0.1$ puisque nous avons commencé nos observations à partir des paramètres de DB. Le paramètre ζ jouant le rôle d'un μ effectif, nous pouvons donc le faire varier pour changer de

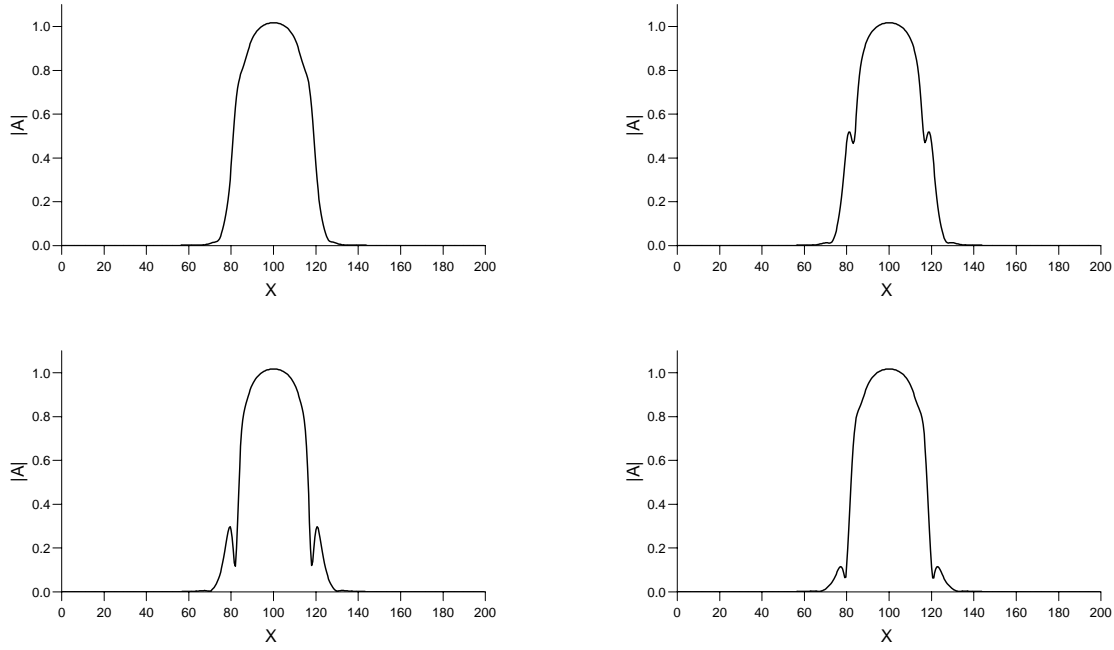


FIG. 5.3 - *Dépendance spatiale de $|A|$ pour $L = 200$ et $\alpha_r = 0.88$, à quatre instants représentatifs du régime asymptotique.*



FIG. 5.4 - *Evolution de $|A|$ au cours du temps avec $\Delta t = 110$, $L = 400$ et $\alpha_r = 0.88$*

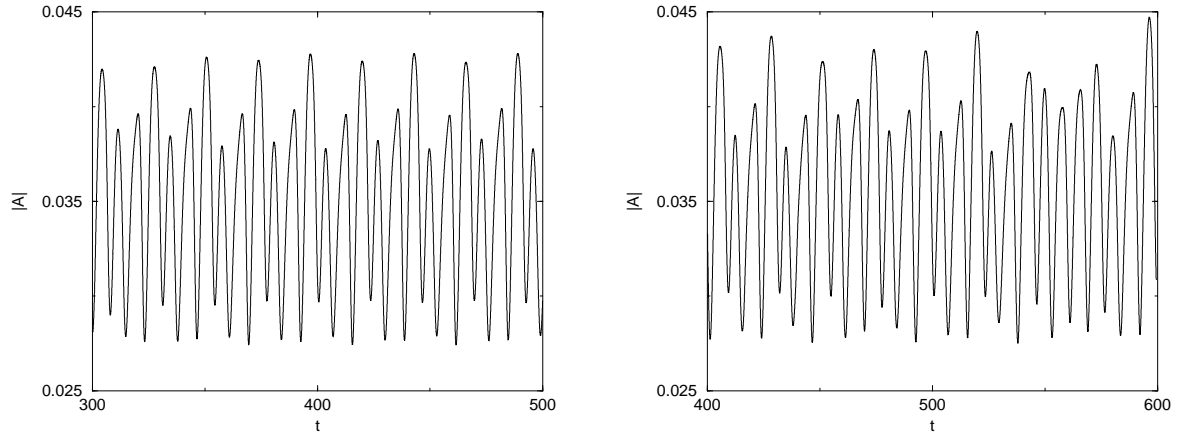


FIG. 5.5 - *Evolution de $|A|$ au cours du temps au point $x = 84$ avec $L = 200$, $\alpha_r = 0.88$ (gauche) et $\alpha_r = 0.873$ (droite).*

régime. Par exemple, avec les valeurs des paramètres de DB, nous avons pour $q = 0$, $\mu_M = -0.614$, il nous faudra donc prendre des $\zeta < 0$ pour augmenter le μ_{eff} si nous voulons localiser des solutions.

Nous présentons tout d'abord l'influence du terme spatial d'ordre cinq, à partir de la même gamme de paramètres de l'Eq. 5.1 que précédemment, c'est à dire $\alpha_i = -1.1$, $\beta_r = 3$, $\beta_i = 1$, $\gamma = -2.75$ et $\delta = 1$. Nous regardons alors comment les solutions de DB sont modifiées.

Nous passerons ensuite aux paramètres de l'Eq. 5.2 adimensionnée pour le reste de l'étude afin de nous affranchir du lien entre α_r et le couple (ζ, κ) .

La figure 5.6 représente $|A|$, $\Re(A)$ et $Phase(A)$ en fonction de l'espace avec les paramètres de DB (gauche) et en ajoutant le terme spatial (droite).

Le pulse stationnaire obtenu après l'ajout du terme spatial possède les mêmes caractéristiques que le précédent. Le module de la solution est aussi un pulse dont le haut est un peu plus aplati que celui de DB, du fait de sa plus grande largeur. La partie réelle oscille au cours du temps dans les deux cas; elle est également localisée, mais sur un intervalle plus large en x . La phase reste linéaire excepté sur le haut où elle semble un peu plus arrondie (elle n'a plus de sens lorsque $|A|$ rejoint 0). La partie imaginaire n'est pas représentée ici, parce qu'elle a le même comportement que la partie réelle.

Ce terme spatial nous permet, en faisant varier le couple (ζ, κ) , de contrôler

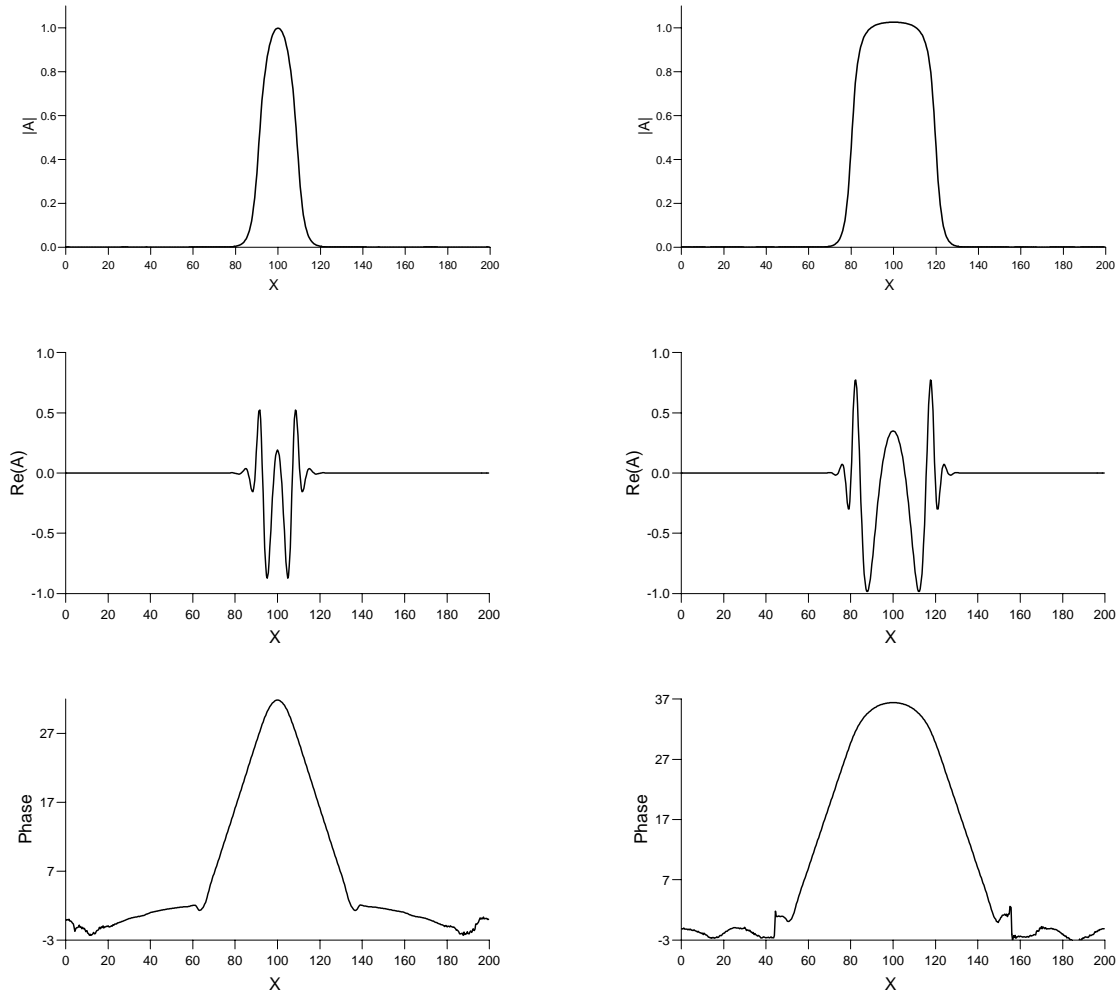


FIG. 5.6 - Evolution spatiale de $|A|$, $\text{Re}(A)$ et $\text{Arg}(A)$ de la solution convergée pour $\alpha_r = 1.2$, $\zeta = \kappa = 0$ (gauche) et $\zeta = -0.133$ et $\kappa = 0.88$ (droite).

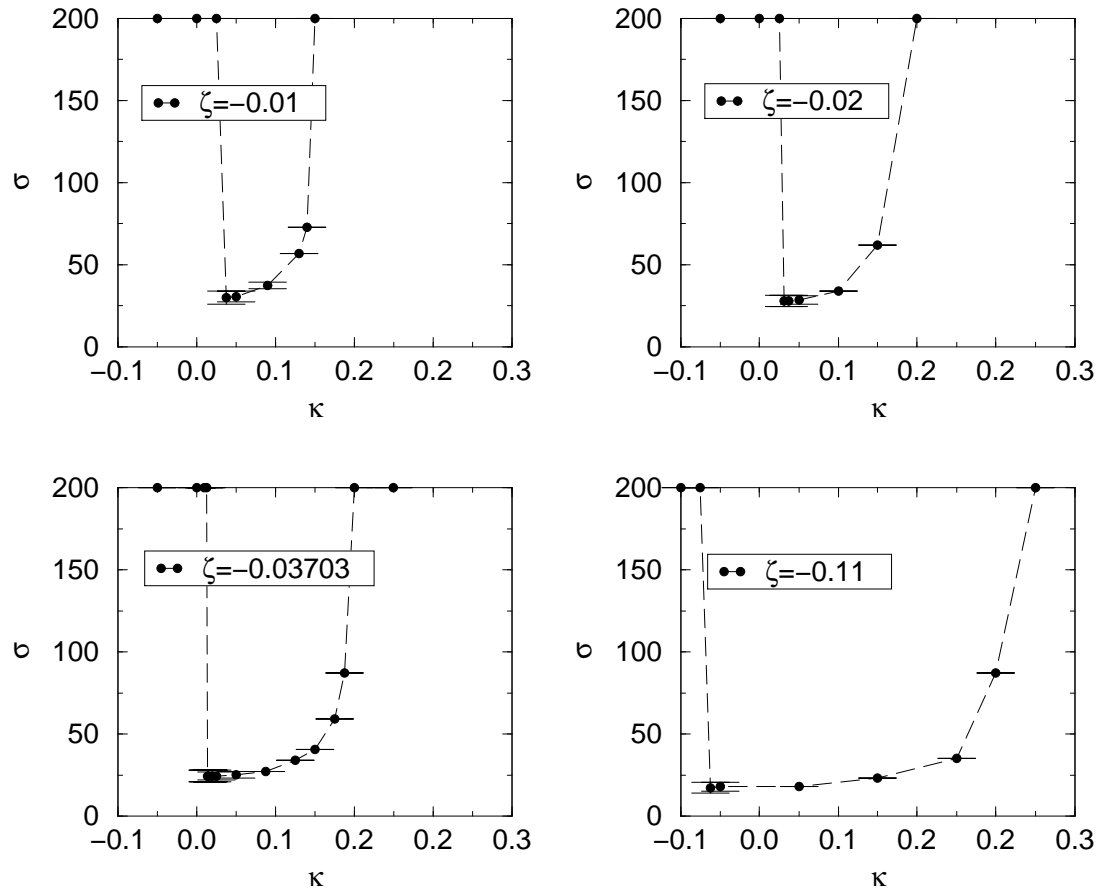


FIG. 5.7 - Evolution de σ , la largeur à mi-hauteur de la solution stable obtenue, en fonction de différentes valeurs du paramètre ζ , pour l'équation adimensionnée et avec $\kappa = -0.125$ et $L = 200$.

la taille du pulse localisé obtenu. Pour le montrer, nous étudions la variation de la taille —ou largeur à mi hauteur, σ , du pulse stationnaire— en fonction des paramètres ζ et κ . Nous fixons les autres paramètres de l'Eq. 5.2 par: $\alpha_i = -11/9$, $\beta_i = 1/3$, $\gamma = -0.3055$, $\delta = 1/9$. Ce qui revient à ceux choisis précédemment avec $\alpha_r = 0.9$.

La figure 5.7, représentant la largeur à mi-hauteur du pulse lorsque la solution est convergée. Elle montre que le choix des paramètres ζ et κ , nous permet d'obtenir une solution localisée stable de taille variable. Comme prévu, lorsque $\zeta > 0$, les solutions ne sont jamais localisées. Il est important de noter que les barres de la Fig. 5.7 ne sont pas des barres d'erreurs, mais représentent la modulation périodique de la solution lorsqu'elle existe.

-Lorsque $\kappa > 0$, les points qui donnent une largeur $\sigma = 200$ signifient que la solution du haut a envahit la boîte.

-Lorsque $\kappa < 0$, l'état convergé est aussi sur la solution du haut mais présente transitoirement une instabilité de phase. Juste avant de devenir instable, l'amplitude de la modulation périodique de σ augmente et le mode amplifié est bien un mode qui présente une instabilité de phase, d'où la présence des barres sur la Fig. 5.7.

Nous avons obtenu le même genre de comportement pour les autres valeurs de α_r considérés par DB mais aussi pour des valeurs inférieures, ce qui nous donne en fait des valeurs pour $\alpha_i \in [-3.7; -0.9]$ pour l'équation adimensionnée.

Entre la solution de pulse oscillante et la solution de la branche du haut, sur une très courte plage du paramètre κ , un régime où une instabilité de phase se développe, mais où la solution reste quand même localisée (Fig. 5.8).

Une deuxième échelle de temps apparaît, plus longue que celle de la modulation précédente, ainsi que des discontinuités dans la phase qui induisent des trous d'amplitude dans la solution. La figure 5.9 représente un diagramme spatio-temporel de $\Re(A)$, les deux échelles de temps y sont nettement visibles.

Pour réussir à localiser une solution sur une plage en κ qui soit significative, nous avons pris $\alpha_i = -11/3$ et $\zeta = -14/9$, car diminuer α_i revient à diminuer l'instabilité de la turbulence faible. La figure 5.8 est un diagramme spatio-temporel de $|A|$ enregistré à partir de $t = 0$ et sur un $\Delta t = 400$, ce régime a été maintenu pendant plus de $\Delta t = 2000$. Ces solutions présentant de la turbulence faible peuvent rester localisées pendant un temps très long devant les temps caractéristiques d'évolution habituels (\sim l'unité).

Cependant, la plage d'observation en κ reste faible ($\Delta\kappa \sim 25.10^{-3}$) par rapport à celles où la solution localisée est stable. Pour un κ plus grand la solution tend vers un pulse stationnaire, et pour κ plus petit, c'est la solution

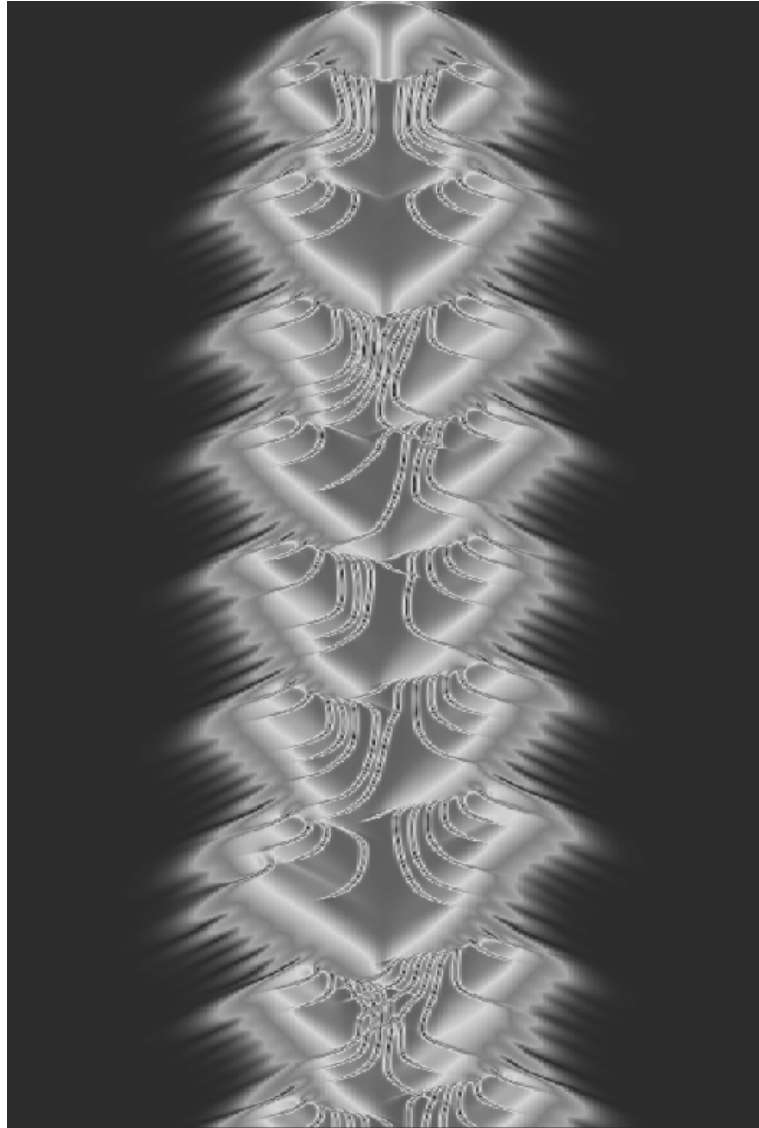


FIG. 5.8 - *Diagramme spatio-temporel de $|A|$, sur $\Delta t = 400$ et $L = 400$, pour l'Eq. adimensionnée, et les paramètres $\alpha_i = -11/3$, $\beta_i = 1/3$, $\gamma = -0.3055$, $\delta = 1/9$, $\zeta = -14/3$ et $\kappa = -0.8$.*

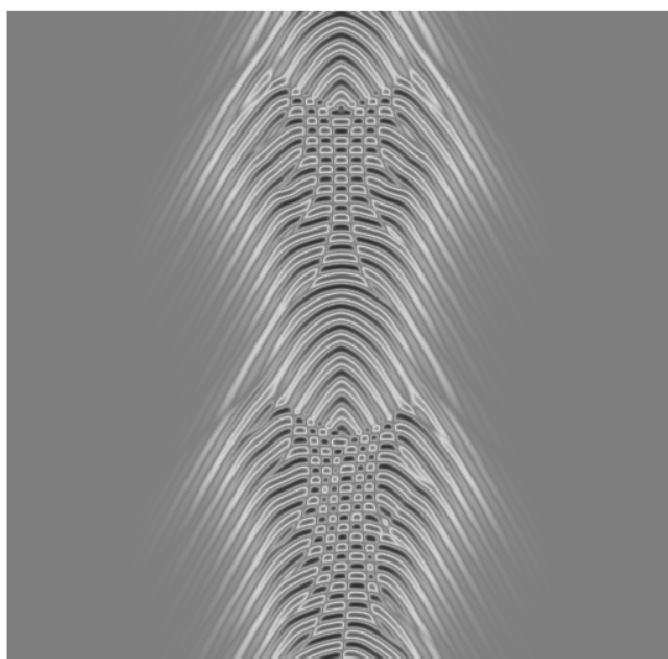


FIG. 5.9 - *Diagramme spatio-temporel de $Re(A)$ pour les mêmes valeurs paramètres que ceux de la Fig. 5.8, avec $dt=100$*

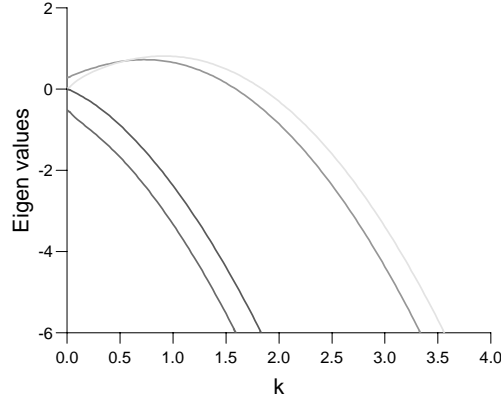


FIG. 5.10 - Valeurs propres λ^+ et λ^- pour les solutions des branches du haut et du bas. La solution de la branche du bas est toujours instable d'amplitude (courbe qui démarre à une valeur positive en $k = 0$), celle du bas est instable de phase (courbe qui démarre à 0 en $k = 0$, et qui croît pour k faible

de la branche du haut qui est atteinte. Ce régime semble particulièrement sensible au bruit et aux conditions initiales. En effet, la solution peut se déplacer suivant l'axe x , aller sur les cotés de la boîte, grossir en moyenne pendant un temps assez long, puis diminuer en moyenne sur un temps du même ordre. Nous voyons sur la Fig. 5.10 la représentation des valeurs propres, ou taux de croissance linéaire de l'instabilité, pour $q = 0.5$ (ordre de grandeur du nombre d'onde des modulations observées numériquement) pour ce régime à la fois instable et localisé.

Ensuite, lorsque κ diminue encore, la solution de la branche du haut envahit le système; comme trace de l'instabilité, ne reste qu'une modulation d'environ 10^{-3} de la valeur du module de la solution du haut. Les vecteurs d'ondes sélectionnés par le système sont maintenant stables.

L'influence de ζ porte essentiellement sur la largeur de l'intervalle $\Delta\kappa$, pour lequel on observe ce régime à la fois instable et localisé.

Ce régime d'instabilité de phase présente bien des analogies avec l'écoulement de Couette plan. En effet sur un diagramme spatio-temporel expérimental, les vortex présents autour du spot (et parfois à l'intérieur quand il croît ou décroît), sont représentés par les lignes de haute concentration en particules. Comme nous l'avons vu au chapitre 4 l'enveloppe —ou surface— du spot varie au cours du temps, même si elle est constante en moyenne.

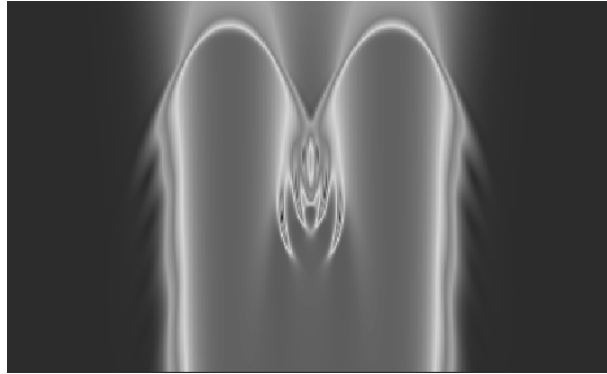


FIG. 5.11 - *Evolution spatio-temporelle de la solution $|A|$ pour $\Delta L = 54$, $L = 200$, $\Delta t = 25$*

Nous pouvons donc faire une analogie entre les solutions 1D observées numériquement et l'enveloppe projetée dans une direction d'espace de la solution localisée observée expérimentalement. Nous associons l'état laminaire à la solution de base, la turbulence à la solution du haut, et les rouleaux aux trous d'amplitude, c'est à dire la turbulence faible.

Nous avons ensuite changé de condition initiale (C.I.) pour prendre une double gaussienne séparée d'une certaine distance ΔL . Selon la distance de séparation, les solutions obtenues sont soit deux pulses identiques à ceux observés précédemment, soit un pulse unique. En effet, si les deux gaussiennes du départ sont trop éloignées, elles n'interagissent pas et évoluent séparément pour former deux solutions analogues à celle partant d'une seule gaussienne. Lorsque ΔL est suffisamment petit, comme le montre la figure 5.11, les gaussiennes commencent par évoluer sous forme de pulse, puis finissent par interagir. Elles forment alors (fig. 5.12) un pulse plus large pour ensuite revenir vers la taille de la solution convergée obtenue avec une seule gaussienne en C.I. Dans l'écoulement de Couette plan, nous avons observé exactement le même genre de phénomène. Lorsque l'on crée un spot par une perturbation instantanée de l'écoulement, et que celui-ci se décale un peu pour que l'on puisse à nouveau perturber et générer un nouveau spot, si ceux-ci se rapprochent, ils interagissent pour former un plus gros spot, qui va s'effondrer sur lui-même pour redonner un spot de la taille initiale de chacun d'un.

Ces résultats ont été testés pour des valeurs de $L = (200, 300, 400)$, $N_x = (200, 300, 400, 600)$ et des pas de temps allant de 10^{-1} à 10^{-3} . Plus précisément, nous avons pris $N_x = 400$, $L = 200, 400$, et comme conditions initiales une ou deux gaussiennes (suffisamment proches), nous obtenons les mêmes courbes

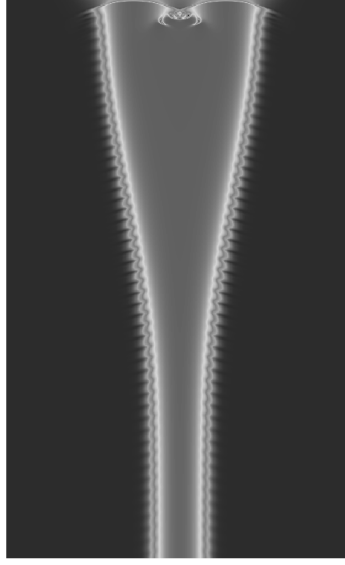


FIG. 5.12 - *Evolution spatio-temporelle de la solution $|A|$ pour $\Delta L = 54$, $L = 200$, $\Delta t = 400$*

$\sigma = f(\zeta, \kappa)$ à $5 \cdot 10^{-2}\%$ près. Il est important de noter que pour les grandes valeurs de σ les temps de convergences sont assez longs et que la précision de la mesure est un peu moins bonne, l'erreur entre les courbes pour des pas de temps inférieurs d'un facteur 10 reste la même...

Il serait souhaitable de pousser plus loin la comparaison et de modéliser une perturbation localisée en x , permanente en t , pour voir si nous retrouvons le même comportement intermittent que celui observé autour de la perle détaillé au chapitre 3. Une première tentative donne des résultats prometteurs, mais qui demandent à être étudiés plus en détail, notamment du point de vue quantitatif. Pour cela nous avons pris un bruit gaussien localisée en x en donnant une amplification locale au paramètre de croissance linéaire μ . Nous obtenons un régime intermittent entre un pulse périodique de largeur moyenne bien définie et une déstabilisation sur l'un des côtés, voire les deux, du type de turbulence faible avec des trous se propageant comme pour la Fig. 5.11. Cette intermittence a été observée pendant des temps très longs ($t \sim 2500$). La figure 5.13 représente un diagramme spatio-temporel pour le module de l'amplitude, où l'on peut voir qu'une déstabilisation intervient d'un côté ou de l'autre de la perturbation, et que la phase de turbulence faible a des durées diverses pour les mêmes paramètres.

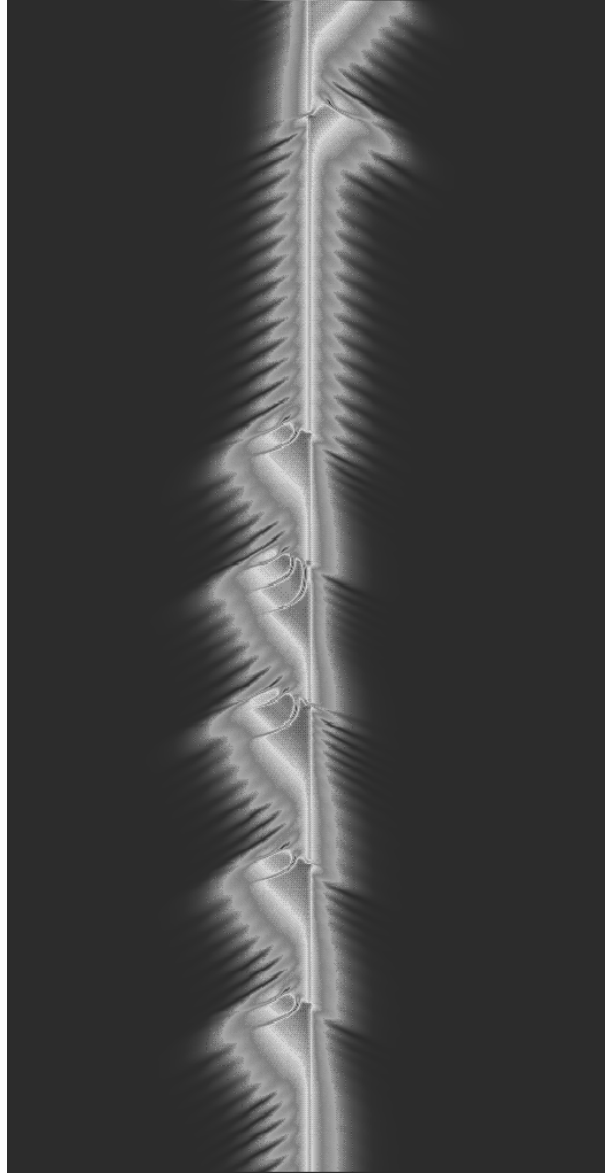


FIG. 5.13 - *Evolution spatio-temporelle de la solution $|A|$ pour $\mu = -0.098$, $\alpha_i = -11/3$, $\gamma = -0.3055$, $\zeta = -14/9$, $\kappa = -0.8$, $L = 200$, $\Delta t = 400$ à $t = 1000$.*

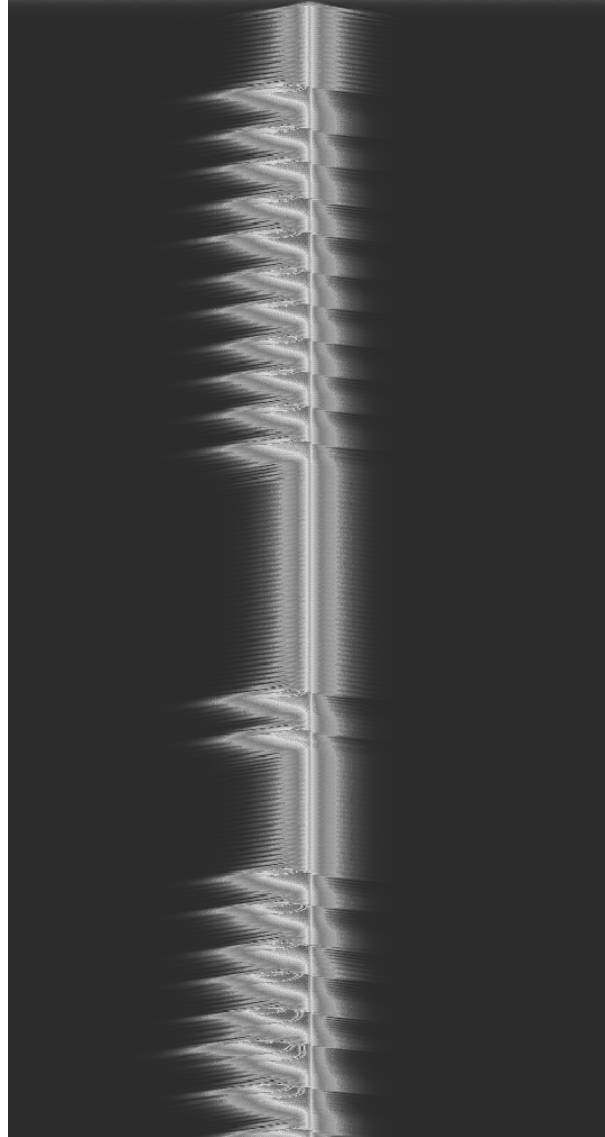


FIG. 5.14 - *Evolution spatio-temporelle de la solution $|A|$ pour $\mu = -0.098$, $\alpha_i = -11/3$, $\gamma = -0.3055$, $\zeta = -14/9$, $\kappa = -0.8$, $L = 200$, $\Delta t = 3000$ à $t = 0$.*

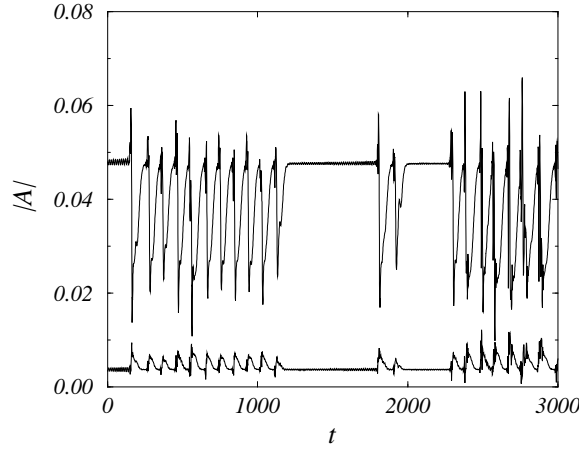


FIG. 5.15 - Evolution de $|A|$ en fonction du temps, à deux endroits donnés x_1 et x_2 plus ou moins près de la perturbation localisée, avec $\mu = -0.098$, $\alpha_i = -11/3$, $\gamma = -0.3055$, $\zeta = -14/9$, $\kappa = -0.8$, $L = 200$, $\Delta t = 2500$.

La figure 5.14 a été enregistrée dans les mêmes conditions, mais son échelle de temps est réduite. Sur la figure 5.15, nous voyons le signal temporel de l'amplitude enregistrée à deux positions différentes de la perturbation. On peut y voir l'alternance d'une phase *laminaire* et d'une phase *turbulente*.

5.6 Discussion, conclusion, remarques

Nous avons tout d'abord montré qu'un terme de gradient non-linéaire peut stabiliser des solutions localisées de taille ajustable, en incluant des solutions présentant de la turbulence faible. Ce terme ne brise pas l'invariance par parité de l'équation de Ginzburg-Landau, et son ordre est le même que celui du terme de saturation $|A|^4 A$. Sa présence ayant des conséquences significatives sur la largeur des solutions localisées, il devrait être considéré lors des descriptions d'instabilités sous-critiques.

Ensuite, nous avons observé plusieurs analogies avec l'écoulement de Couette plan. La taille moyenne des spots présente le même genre d'oscillations, pour une valeur donnée de R , le paramètre de contrôle, le spot peut légèrement se déplacer, grossir, ses contours ne sont pas fixes, mais modulés. Nous avons vu au chapitre 4 que la taille du spot obtenu expérimentalement est également fonction du R .

Une autre ressemblance est observée sur les diagrammes spatio-temporels lorsque la solution est instable de phase, si l'on considère l'enveloppe du spot à une dimension. Une analogie peut-être faite entre l'état laminaire expérimental et la solution de base numérique, l'état turbulent et la solution du haut, et l'état de rouleau avec la turbulence faible.

Du point de vue analytique, une étude de la stabilité des variétés, assurant l'existence de la solution localisée, reste à faire dans le cas réel, ainsi que la preuve de l'existence de ces solutions dans le cas complexe. Enfin, une extension à deux dimensions d'espace serait très instructive concernant le comportement d'intermittence spatio-temporelle.

Conclusion Générale

Au cours de cette thèse consacrée à la transition vers la turbulence dans l'écoulement de Couette plan, j'ai d'abord étudié l'existence de solutions d'amplitude finie et j'ai cherché à définir la nature de la transition ainsi que les états asymptotiques.

Tout d'abord, j'ai montré que les structures cohérentes de rouleaux longitudinaux contra-rotatifs présentes autour du fil sont identiques à celles observées en bordure de spots, et que ce sont des solutions d'amplitudes finies dans la limite de l'écoulement de Couette plan non modifié. L'instabilité à l'origine de ces structures apparaît sous-critique, ce qui a été confirmé par une étude numérique de Barkley et Tuckerman. La déstabilisation de ces solutions apparaît complexe et réminiscente du chaos spatio-temporel à une dimension.

Un gel spatial de la dynamique de ces rouleaux a été réalisé à l'aide d'un petit obstacle —une perle— installé au centre de l'écoulement. J'ai observé un régime d'intermittence lorsque $R \in [300, 325]$. L'analyse temporelle du processus est compatible avec une instabilité linéaire autour de la perle qui viendrait provoquer la déstabilisation de l'écoulement sous-critique. Ce gel spatial révèle quant à lui une dynamique sous-jacente de chaos spatio-temporel pour le système non perturbé. Finalement, cette étude suggère un protocole pour l'étude de la transition vers la turbulence dans d'autres systèmes faiblement confinés, puisqu'elle s'est avérée prédictive dans notre expérience.

J'ai ensuite observé un régime d'intermittence spatio-temporelle lors d'expériences de perturbation instantanée et de trempes, et j'ai caractérisé un nombre de Reynolds critique. Au delà de R_c , j'ai observé de l'intermittence spatio-temporelle persistante, et une fraction turbulente moyenne bien définie croissant avec R a été mesurée. En dessous de R_c , il existe des transitoires longs qui relaxent vers l'état laminaire. L'étude de cette transition vers la turbulence a été entreprise d'un point de vue statistique et nous nous sommes guidés sur l'étude en parallèle d'un modèle numérique simple de réseau d'itérations couplées pour l'intermittence spatio-temporelle. Ce type de chaos spatio-temporel est pertinent dans le contexte de l'écoulement de Couette plan, où la stabilité

linéaire pour tout nombre de Reynolds assure la sous-criticalité locale nécessaire. Finalement, nous montrons que :

- au dessus de R_c un attracteur turbulent unique coexiste avec l'écoulement laminaire, les résultats permettant une définition propre d'une courbe d'amplitude critique en fonction du nombre de Reynolds,

- en dessous de R_c l'attracteur est transformé en un répulseur chaotique.

De plus ces résultats sont en accord avec ceux concernant les régimes observés dans les mêmes gammes de nombres de Reynolds pour des perturbations permanentes. Cette transition vers l'intermittence spatio-temporelle est identifiée comme discontinue. Nous sommes donc, pour la première fois au point de vue expérimental, en présence d'intermittence spatio-temporelle discontinue, liée à une transition de phase du premier ordre.

Enfin, l'étude numérique d'une équation de Ginzburg-Landau d'ordre cinq avec un terme supplémentaire de gradient ($|\nabla A|^2 A$) a été motivée par l'observation des spots turbulents localisés de taille variable en fonction de R . Cette équation peut modéliser phénoménologiquement notre écoulement, si l'on considère qu'un spot turbulent à 1D est une solution localisée connectant $A = 0$ à $A = 0$ en passant par $A \neq 0$. J'ai montré que ce terme supplémentaire permet de sélectionner la taille de la solution localisée de l'équation de Ginzburg-Landau. Cette équation généralisée semble être un bon modèle pour la description de spot turbulent dans un domaine laminaire.

L'ensemble des observations résumées ci-dessus met en évidence un comportement d'intermittence spatio-temporelle qui semble jouer un rôle déterminant dans la transition vers la turbulence de l'écoulement de Couette plan. Mais revenons sur l'aspect *initiation*, c'est à dire sur les conditions de déstabilisation de l'écoulement de base de l'écoulement de Couette plan. Au dessus de R_c , une courbe d'amplitude critique de perturbation au dessus de laquelle l'attracteur turbulent est atteint a été définie de façon claire. Cette étude nous a montré que seule une analyse statistique pouvait rendre compte de la complexité de la transition et notamment du passage depuis le régime de transitoires longs vers l'attracteur. J'ai mis en évidence l'existence d'une surface effective de perturbation, s^* , qui varie en fonction de l'amplitude A . Cependant, contrairement au cas du modèle numérique simple, il ne semble pas évident de pouvoir définir une surface critique de perturbation. Par contre, c'est à ce niveau que la description de Pomeau, en terme de nucléation "thermodynamique", est pertinente puisqu'elle prend en compte les effets de surface mais aussi de l'état de la perturbation pour déterminer son devenir. Sa description est également va-

lable parce que cette analyse ne concerne que la naissance des états turbulents, et que nous sommes relativement loin du seuil de transition R_c .

En dessous du seuil, il semble que l'attracteur devienne un répulseur chaotique, donnant lieu à des transitoires longs pour l'état turbulent, tant pour les expériences de trempes que pour celles de perturbations instantanées. L'existence de ce répulseur était déjà implicitement observé lors des expériences de perturbation permanente, où l'intermittence gelée autour de la perle suggérait son existence entre R'_1 et R'_2 . Cette observation est renforcée par le comportement des distributions de durée de vie des régimes turbulents, qui est précisément du même type que pour les expériences de trempes. C'est également le cas pour les expériences avec le fil où un régime d'intermittence spatio-temporelle est observée entre R_1 et R_2 , même si l'étude est plus qualitative. Par contre, ce qui n'a pas pu être montré dans les expériences, est l'existence d'une séparatrice sous le seuil, qui déterminerait si la relaxation de la perturbation est monotone —donc à temps court— ou si l'on a atteint le répulseur chaotique —donc en présence d'une relaxation à temps longs, distribués de façon exponentielle—. C'est ce que j'étais pourtant tentée de conclure lors des observations expérimentales, mais la caractérisation de cette séparatrice par l'étude de la taille effective, s^* , de la perturbation n'a pas été concluante. Pourtant, c'est également ce que suggère l'analyse de Pomeau, en terme de branche instable, notée A_1 dans le diagramme de bifurcation de la Fig. 4.37, pour $R < R_c$.

Au delà de cette étape d'initiation de l'état turbulent, je me suis intéressée aux *états asymptotiques*. Pour l'écoulement non modifié, ces états ne sont observés qu'à partir de R_c . Ils révèlent une dynamique riche et présentent, à suffisamment grand rapport d'aspect, de l'intermittence spatio-temporelle. Ce comportement spatio-temporel n'est pas décrit par l'analyse de Pomeau, et ce parce qu'il est observable près du seuil dans le rapport d'aspect Γ_0 ou bien dans un système plus grand ($2\Gamma_0$ notamment), et que dans les deux cas, l'analyse en champ moyen a toutes les chances de ne plus être valide. Pour les expériences de perturbation permanente, des régimes asymptotiques sont observés en dessous du seuil, entre R_1 ou R'_1 et R_2 ou R'_2 , qui sont constitués de régimes intermittents entre la turbulence et les solutions d'amplitude finie, qui prédisent (ou qui confirment, si l'on cesse de se placer dans le contexte chronologique) l'existence d'un répulseur. Ces deux régimes d'intermittence forcée, sont également révélateurs de l'intermittence spatio-temporelle qui nous est apparue comme un chemin lors de la transition vers la turbulence pour l'écoulement de Couette plan non modifié.

Etant donné que les structures cohérentes autour du fil et des spots turbulents semblent responsables du processus de contamination, la transition vers la turbulence par intermittence spatio-temporelle discontinue, semble être plutôt de type déterministe, c'est à dire comprenant des objets propagatifs qui devraient jouer un rôle certain dans la description statistique du phénomène.

Ces résultats amènent de nouvelles questions ainsi que de nouvelles idées d'expérience ou de modélisation.

Tout d'abord, une expérience à plus grand rapport d'aspect serait souhaitable pour caractériser plus précisément les propriétés statistiques de l'intermittence spatio-temporelle, les expériences ayant été menées jusqu'à présent dans le cadre d'un système encore petit. De plus l'amplitude maximale de la perturbation s'est révélée un peu faible lors de l'étude de la courbe d'amplitude critique, ne permettant pas de trancher sur l'existence d'une divergence de la courbe. Il faudrait, ensuite, évaluer systématiquement cette taille effective de perturbation et essayer de caractériser "l'état" de la perturbation effective (rouleaux/turbulence petite échelle, par exemple) pour confirmer plus quantitativement l'analyse proposée par Pomeau: cela reviendrait à déployer l'amplitude de perturbation dans le plan surface/énergie. L'étude de gel spatial de la dynamique pourrait être, quand à elle, étendue expérimentalement à d'autres écoulements, notamment aux écoulements ouverts.

D'un point de vue numérique, proche de l'hydrodynamique, l'étude de Schmiegél et Eckhardt, intéressante, mais prenant place dans une boîte trop petite, pourrait être reprise dans une optique de système réellement étendu, le côté temporel étant déjà pris en compte. En ce qui concerne la nature de la transition vers l'IST, elle n'est pas toujours bien identifiée. Par exemple, on pourrait reprendre l'équation de Kuramoto-Shivashinsky, et essayer de déterminer si la transition est discontinue, soit faiblement discontinue. Une analyse en terme de distributions de durées de vie, pourrait peut être permettre de répondre à la question. Une autre étude facile à mettre en œuvre et instructive consisterait à prendre le modèle simple d'itération couplées et le forcer localement par un bruit permanent. Si l'on se place plus du côté des régimes asymptotiques, il en découle immédiatement une question concernant l'existence d'une taille bien définie de l'état turbulent en fonction de R . L'analyse de l'équation phénoménologique de CGL5 indique que c'est le cas à une dimension d'espace. Il serait intéressant de poursuivre cette analyse à deux dimensions, même si cette étude ne prétend pas décrire l'enveloppe des spots turbulents de l'écoulement de Couette plan autrement que qualitativement.

Enfin, le rôle du bruit devrait être étudié tant numériquement qu'expérimentalement pour connaître son influence lors de la transition.

Les résultats obtenus dans cette étude de la transition vers la turbulence ne s'arrêtent pas au problème académique de l'écoulement de Couette plan mais peuvent-être transposés —sinon les résultats, au moins les méthodes— aux problèmes plus généraux d'écoulements cisailés en présence de parois (Poi-seuille, couche-limite), rencontrés dans de nombreuses situations réelles. Une meilleure connaissance des mécanismes et de la nature de la transition permet d'envisager le contrôle de la turbulence en situation concrète, pour ne pas dire industrielle.

Annexe A

Réduction spatiale des données spatio-temporelles

Le but du traitement d'image présenté ci-dessous est de mesurer la durée de vie moyenne de deux états qui se succèdent de façon intermittente, à partir d'enregistrements spatio-temporels du type de l'extrait présenté sur la Fig. A.1, dans le cas de la perturbation par la perle. Pour cela, nous réduisons ces données spatio-temporelles en un signal purement temporel. Il s'agit ensuite de repérer les différents états (rouleaux / turbulence) pour quantifier le comportement temporel de chacun des états. Ce traitement s'appuie sur la reconnaissance de l'état de «rouleaux stationnaires».

A.1 Protocole

Les fichiers de données sont des Diagrammes Spatio Temporels (DST), c'est à dire des enregistrements d'une ligne au cours du temps à une fréquence donnée. Ici nous enregistrons 16384 lignes de 512 pixels suivant z , représentant 25cm réels à une fréquence de 5 lignes par secondes. Les données sont tout d'abord séparées en deux parties spatiales correspondant aux zones de part et d'autres de la perle (et du fil la maintenant au milieu de l'écoulement, Fig. 1.6). Les parties droite et gauche sont traitées séparément en deux étapes:

- Réduction spatiale
- Réduction à l'état Laminaire ou Turbulent

dont la plus importante est la première. Nous allons voir que beaucoup de seuils ont été déterminés à la main de façon à satisfaire une distinction Laminaire/Turbulent telle que nous la faisons à l'œil.

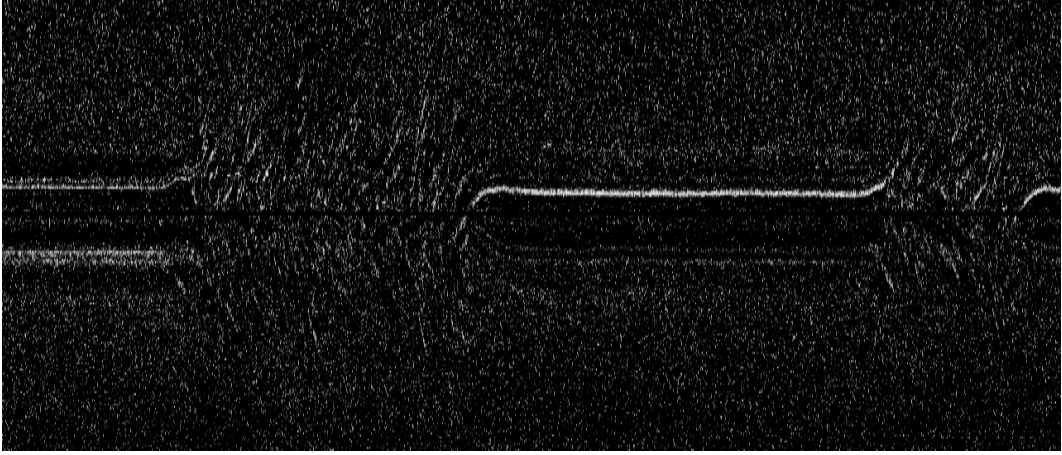


FIG. A.1 - *Exemple d'acquisition spatio-temporelle, l'espace est représenté verticalement et la direction du temps est dirigé vers la droite.*

A.1.1 Réduction spatiale

Après découpage de l'image, une première moyenne spatiale et temporelle est effectuée dans une boîte de cotés $dz = 3$ et $dt = 11$. Ces valeurs sont impaires par souci de simplicité (affecter la moyenne au point milieu). Pour la moyenne spatiale nous avons pris la valeur minimale de 3; pour le temps, nous avons évalué à 2 s, i.e. $dt = 10$, l'ordre de grandeur du temps nécessaire à la différenciation visuelle du changement d'état. Nous avons vérifié qu'une variation de ces valeurs n'avait pas d'influence sur les résultats obtenus. L'image est ensuite normalisée avant le passage d'un deuxième filtre de type "probabiliste". Ce dernier est basé sur l'existence de grandes zones où les données ne contiennent que du bruit (une zone laminaire loin de la perle). On obtient ainsi une signature assez précise de celui-ci, qui peut-être utilisée pour extraire l'information des régions où signal et bruit coexistent. Dans la pratique on effectue un histogramme de l'intensité sur une zone de l'image contenant exclusivement du bruit définissant ainsi une densité $\eta(k)$ caractéristique du bruit, $k \in [0, 255]$ représentant l'intensité de l'image en niveaux de gris. Un autre histogramme est effectué sur toute l'image cette fois, représentant la densité du signal + bruit, notée $\beta(k)$. On peut définir en chaque point de l'image une probabilité pour que l'intensité en ce point soit issue du bruit:

$$P(k) = \frac{\eta(k)}{\frac{1}{2}[\eta(k) + \beta(k)]} \quad (\text{A.1})$$

$$= 1 \quad \text{si} \quad \text{bruit} \quad (\beta(k) = \eta(k)) \quad (\text{A.2})$$

$$= 0 \quad \text{si} \quad \text{signal} \quad (\eta(k) = 0) \quad (\text{A.3})$$

Après de nombreux tests, il nous est apparu que $P(k)^{\frac{1}{4}}$ (plus sévère que $P(k)$) conduisait à un meilleur contraste de l'image. L'intensité en chaque point de l'image, $I(i, j) = k$ est alors changée de la façon suivante:

$$I(i, j) = I(i, j) * [1 - P(I(i, j))^{\frac{1}{4}}]$$

où $i \in [0, 256]$ est l'espace, et $j \in [0, 16384]$ le temps.

Après ces traitements, la réduction spatiale devient possible. On représente sur la figure A.2 l'intensité à un temps donné (j) obtenue après ce filtrage par un trait fin, dans un cas idéal (gauche) et en y ajoutant du bruit uniforme (droit). Les figures du haut représentent l'intensité d'un signal représentatif de l'état rouleaux et celles du bas celle d'un état turbulent. La difficulté du traitement —différenciation de l'état rouleaux par rapport à l'état turbulent— est assez bien visible sur ces signaux. En effet on peut voir que l'intensité cumulée —aire sous la courbe— appartenant au rouleau est du même ordre que celle du bruit. On remarquera également que les fluctuations rendent la position du maximum d'intensité assez sensible aux réalisations du bruit et surtout sont peu représentatives de la position du rouleau. Donc identifier la position des rouleaux en recherchant le maximum n'est pas une bonne solution. Par contre, on peut voir que la moyenne cumulée de ces signaux (trait épais sur les figures A.2) a toutes les chances d'être une bonne observable pour distinguer les deux états. Nous définissons donc à chaque j fixé une intensité moyenne cumulée dans l'espace, soit:

$$\langle I \rangle_Z(j) = \frac{1}{Z} \sum_{i=1}^Z I(i, j).$$

C' est le signal dessiné en traits gras sur les figures A.2 et correspondant aux signaux sources dans la cas idéal et dans le cas bruité. On peut voir, que même dans le cas bruité la position du rouleaux est assez bien définie.

A.1.2 Réduction à l'état Laminaire ou Turbulent

Le fichier temporel $s(j)$ que nous obtenons est alors la position $i_{max}(j)$ pour laquelle la fonction ci-dessus est maximale. Lorsque le signal est celui de l'état turbulent, l'intensité moyennée est beaucoup plus étalée, et la position du maximum de cette fonction est beaucoup plus fluctuante. La position $i_{max}(j)$

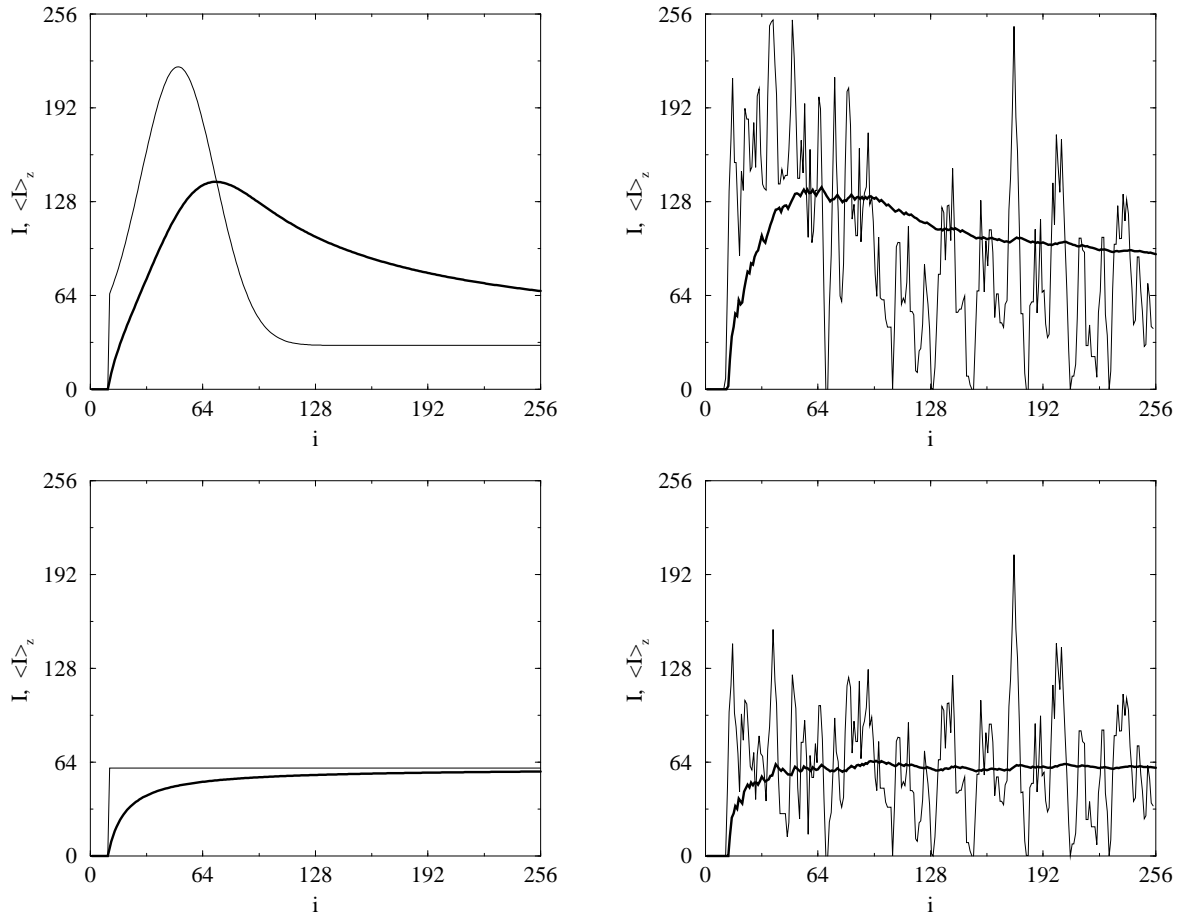


FIG. A.2 - (Gauche) Signaux spatiaux laminaire (haut) et turbulents (bas) $I(i)$ à un instant donné dans le cas idéal non bruité (trait fin) et le signal intégral $\langle I(i) \rangle_z$ correspondant (trait gras). (Droite) Idem dans le cas réel, c'est à dire bruité.

est donc une bonne observable pour identifier l'état dans lequel se trouve le système à un instant donné. La figure A.3 (a) représente un DST typique à traiter, et la Fig. A.3 (b) le fichier temporel correspondant. Reste à binariser ce signal pour faire la distinction entre les états "rouleaux stationnaires" et "turbulents".

Pour binariser le signal, on utilise la localisation et la stationnarité des rouleaux. On fait passer une boîte coulissante de hauteur $\delta n = 30$ et de longueur $\delta t = 50$ autour du signal temporel $s(t)$. Les quantités δn et δt ont été évaluée d'après des observations visuelles du phénomène étudié. Aucune relaminarisation de durée inférieure à environ 10s n'a été rencontrée (d'où $\delta t = 50$). En ce qui concerne δn , l'évaluation est faite en fonction de l'occupation spatiale de la ligne blanche, qui est la trace de l'état rouleau, comme on peut le voir sur la Fig. A.3(a). Les tests relatifs à l'influence de la variation de ces paramètres n'ont pas révélé de différence significative. Si la valeur de $s(t)$ qui est en fait une information spatiale sur le maximum d'intensité lumineuse reste localisée en temps et en espace dans cette boîte c'est que l'état observé est l'état de rouleaux stationnaires. La valeur de $s(t)$ à cet endroit est alors mise à 0, dès lors que $s(t)$ sort de cette boîte cela signifie que l'état turbulent est apparu et se propage, le $s(t)$ est alors mis à 1. Une tolérance optimale de sortie de cette boîte, autorisant certaines fluctuations dans la position du rouleaux, est également permise. On utilise à ce niveau l'information physique basée sur les échelles de temps qui nous dit que le temps caractéristique entre la relaminarisation et la formation de l'état rouleaux n'est pas inférieur à 10s (du moins n'a jamais été observé tel). Le signal obtenu est alors un signal binaire. Enfin, suivant le même argument sur la durée de vie minimale des deux états, les événements de trop courte durée sont supprimés et associés aux états qui les entourent. La statistique sur les durées de vie est alors accessible.

A.2 Discussion

Beaucoup de seuils ont été ajustés empiriquement. Cependant, une fois ses paramètres fixés, le traitement est appliqué systématiquement à toutes les données, et les seuils ne sont pas variés avec le paramètre de contrôle. Nous pouvons alors caractériser qualitativement le comportement des quantités étudiées avec le paramètre de contrôle, même si une variation des seuils peut induire un changement quantitatif. Notamment, le changement des seuils n'altère pas le type de divergence observé sur les temps de vie moyen des événements laminaires (cf 3.3.3).

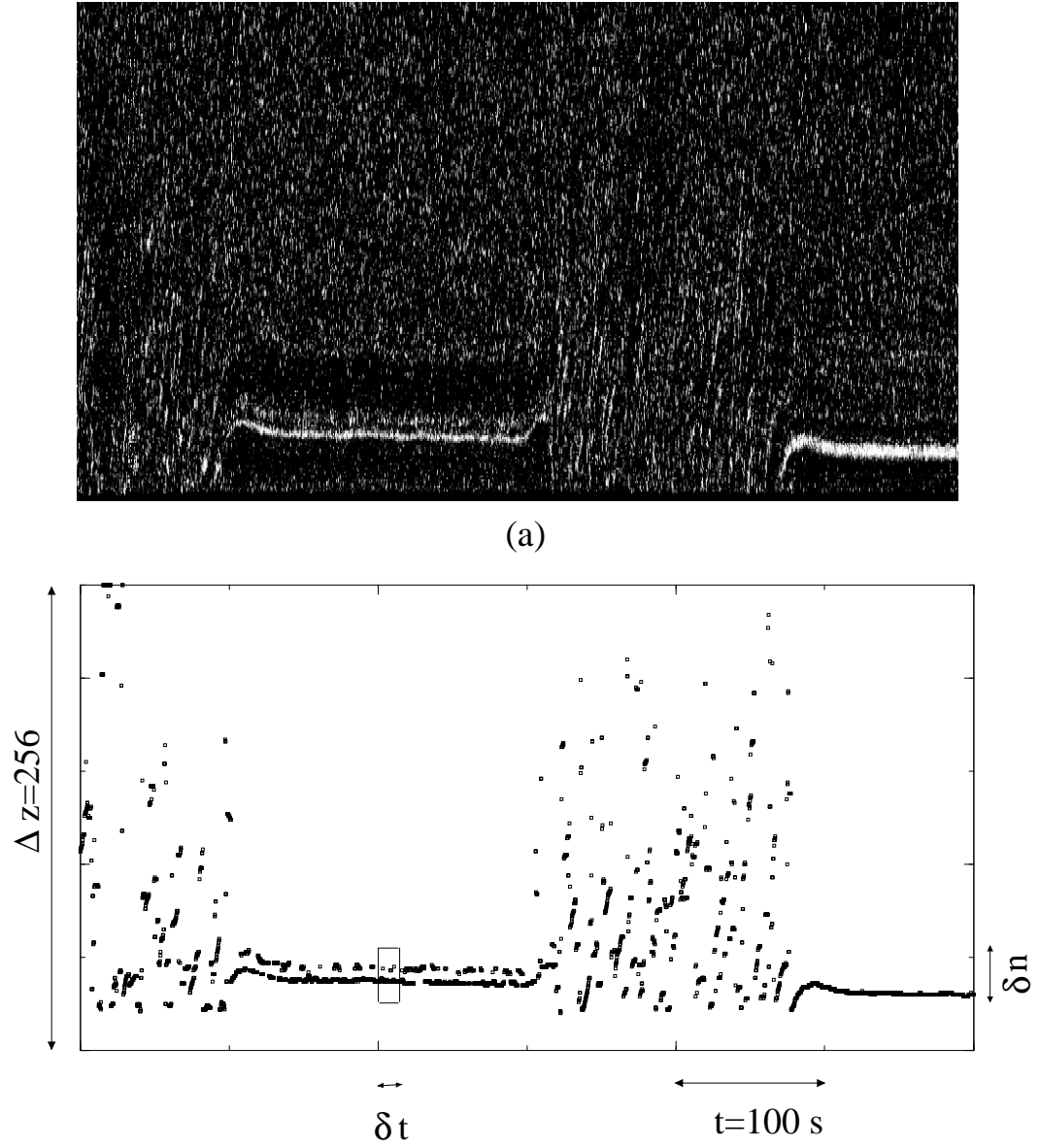


FIG. A.3 - (a): Fichier spatiotemporel à traiter (b): Fichier temporel correspondant.

Annexe B

Repérage spatial et spatio-temporel d'un état turbulent

B.1 Détection de contour des spots turbulents

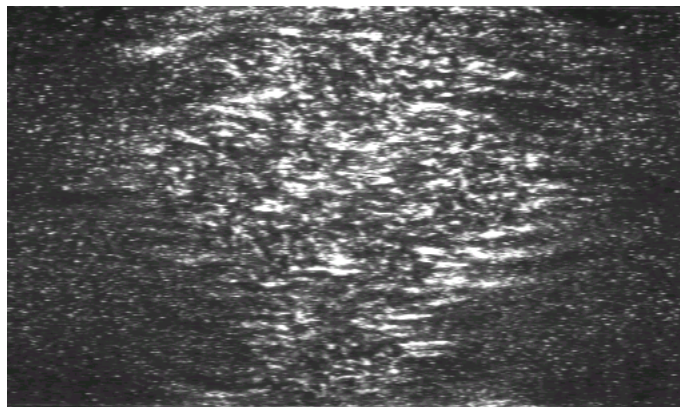


FIG. B.1 - *Vue de l'image à traiter.*

Le logiciel utilisé pour le repérage de l'état turbulent est un logiciel utilisé sur PC nommé OPTIMAS. De nombreuses fonctions de traitement d'images y sont prédéfinies que l'on peut associer sous forme de macros. Les images à traiter sont composées de trois états: vortex longitudinaux, turbulence et écoulement laminaire. Le repérage des contours des spots turbulents est facilité par la présence des rouleaux qui forment un front d'épaisseur assez bien définie

entre l'état laminaire et l'état turbulent. En effet la direction (longitudinale) privilégiée de ces rouleaux permet l'utilisation de filtres spécifiques. La Fig. B.1 est un exemple représentatif d'image de spot turbulent dont on veut extraire la surface.

Le traitement consiste en une réduction du bruit suivie d'une détection du contour qui va nous permettre d'évaluer l'aire turbulente (par une calibration adéquate effectuée à chaque changement de mise au point de la caméra).

B.1.1 Etapes du traitement

Le traitement débute par une ouverture horizontale de taille 7×7 , constituée d'une érosion suivie d'une dilatation. Le choix de la taille et de la forme de ce filtre provient d'un compromis entre l'élimination des objets plus petits que le filtre, et la conservation de la forme initiale des objets plus gros c'est à dire des structures à la forme plutôt longitudinales. La matrice est donc la suivante:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Ensuite l'application d'un filtre gradient horizontal permet de repérer les structures longitudinales:

$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

L'image de sortie est presque binaire puisque ce filtre met à blanc les structures longitudinales. Pour rendre l'image binaire, un seuillage de l'intensité de l'image est appliqué. Le seuil est déterminé suivant la moyenne des niveaux de gris moins un facteur -qui peut varier légèrement suivant les séries d'images- que multiplie l'écart-type.

Ensuite une série d'érosions horizontales est appliquée, de taille 3×3 pour éliminer les petits objets qui peuvent rester, dont l'élément structurant est le suivant:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Reste à redonner au(x) spot(s) leur forme connexe par une série de dilations dont le nombre dépend lui aussi du nombre d'aires avant et après dilatation. La matrice des dilations est de la forme:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

C'est en fait la combinaison de deux dilations:

—La première favorise la direction diagonale avec une matrice dont l'élément central a 8 voisins —puisque les éléments diagonaux sont plus loin du centre que les autres—

—La seconde uniformise la dilatation en privilégiant les voisins situés horizontalement ou verticalement par rapport à l'élément central. Le tout donne une dilatation la plus ronde possible autour d'un pixel actif (blanc).

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

La dernière opération est un filtre de remplissage. Ces deux dernières étapes sont illustrées par la Fig. B.2(3-4).

Une dernière étape de classement des aires obtenues suivant leur taille s'avère nécessaire. Seules les aires de taille supérieures à $10cm^2$ sont conservées, en considérant qu'aucun spot turbulent de cette taille n'est observé. L'aire turbulente totale est ensuite calculée et envoyée sous Excel. Une sauvegarde du contour de l'image binaire est conservée pour vérification.

Le nombre d'érosions puis de dilations appliquées est déterminé dynamiquement en fonction du rapport entre le nombre d'aires avant et après chaque érosion. En général une seule érosion est effectuée et entre une et trois dilations, car au delà la détection de contour n'est pas très précise.

B.1.2 Résultats, commentaires

Les images finales obtenues par superposition de l'image initiale et du contour de l'image binaire sont du type de celle de la Fig. B.3.

Cependant un contrôle rigoureux doit être effectué image par image étant donné l'importance du bruit présent. De plus lorsque le spot est en phase de croissance les paramètres ajustables doivent être fortement modifiés. Il est

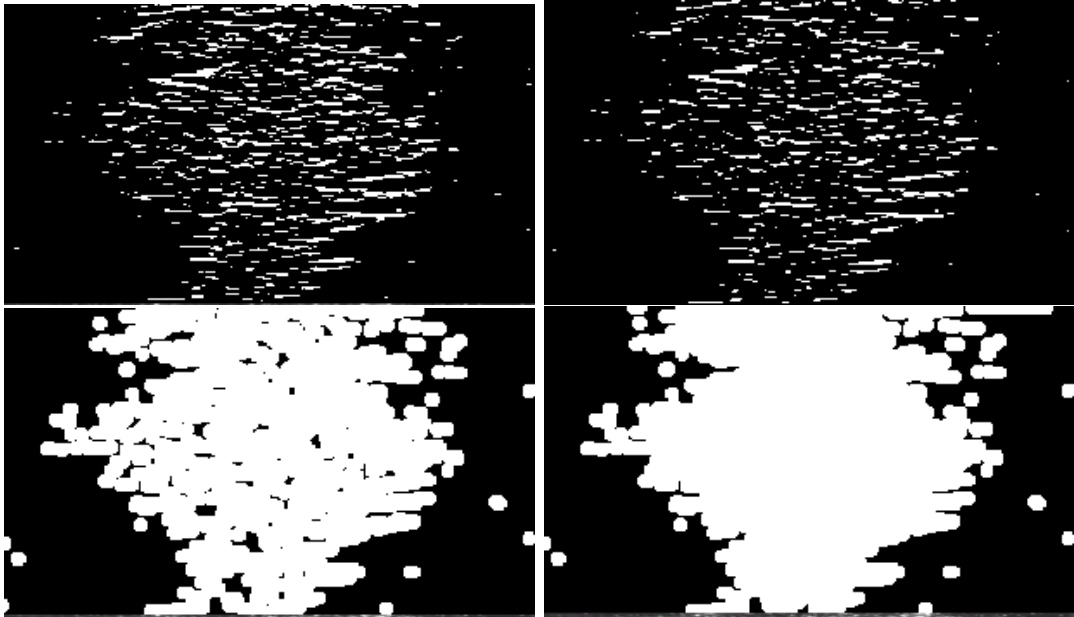


FIG. B.2 - *Vue des quatres principales étapes du traitement: (a) après ouverture et filtre horizontal, (b) après érosion (c) après une ou plusieurs dilations, (d) après remplissage.*

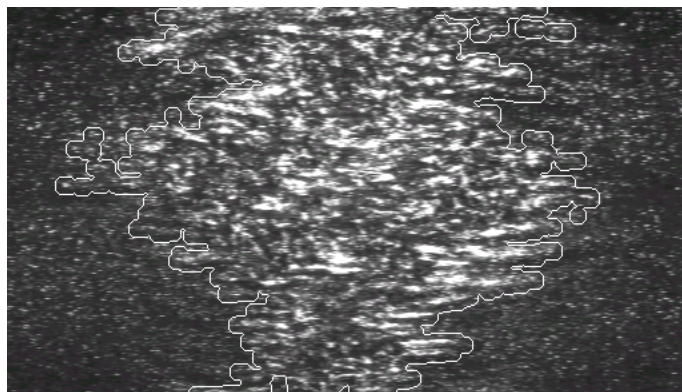


FIG. B.3 - *Vue du spot avec son contour prélevé de l'image binaire.*

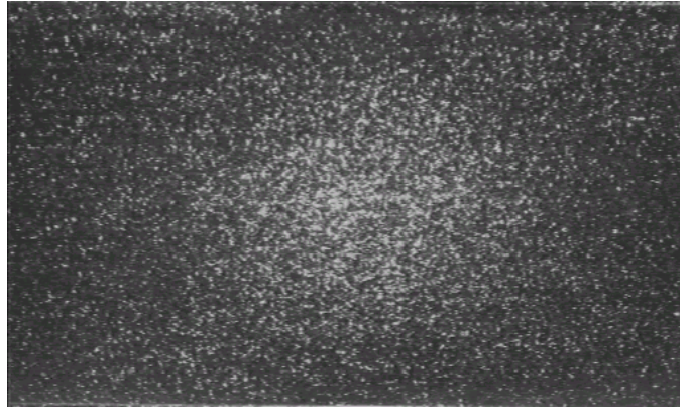


FIG. B.4 - *Vue de l'écoulement dans un état totalement laminaire.*

parfois même impossible de les ajuster si ce n'est image par image. Dans ce cas une détection du contour à la main (souris) reste plus rapide et sera préférée. Il en est de même pour les images où les spots sont décentrés étant donné le niveau de bruit au centre de l'image, même pour un écoulement laminaire (Fig. B.4).

B.2 Détection du contour de l'état turbulent pour un diagramme spatio-temporel.

Le traitement d'image pour les diagrammes spatio-temporel (DST) comporte les mêmes étapes principales que le précédent, excepté pour le filtre. Les diagrammes spatio-temporels effectués sur une ligne le long de l'envergure, mettent en évidence le mouvement vertical des rouleaux longitudinaux. On observe ainsi sur la Fig. B.5 de gauche des structures qui se propagent sur la droite et sur la gauche -l'espace étant à l'horizontale et le temps à la verticale dirigé vers la bas-. Les images sont traitées en deux temps, avec un filtre gradient diagonal et un autre antidiagonal. Les images sont ensuite ajoutées et la suite du traitement est la même que précédemment. Le résultat illustré par la Fig. B.5 de droite est assez convainquant.

Là encore un contrôle est effectué diagramme par diagramme, mais le résultat est plus fiable. Cependant quelques retouches sont également effectuées lors du départ des DST, lorsque les paillettes sont en général plus concentrées puisque c'est au début de l'expérience qu'elles sont ajoutées.

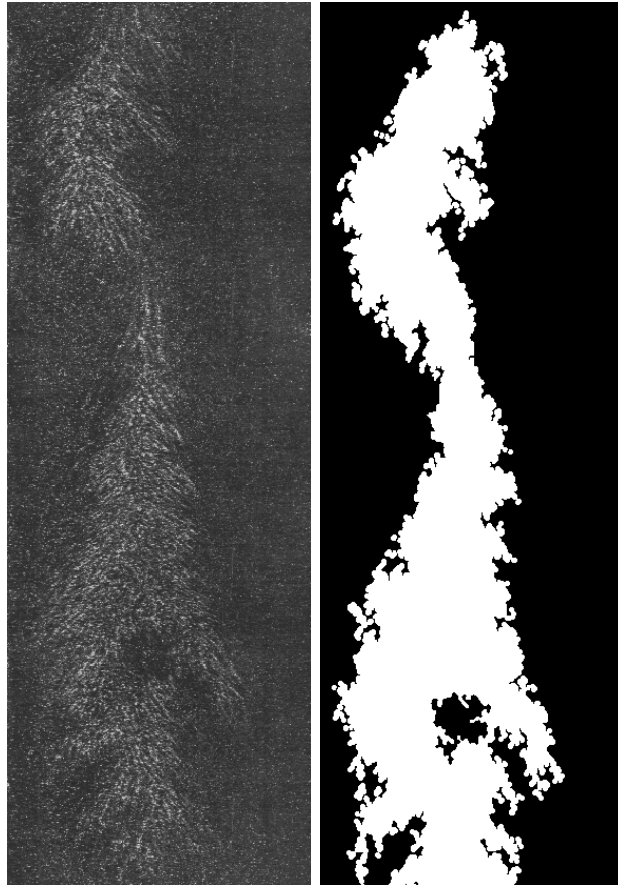


FIG. B.5 - *Vue d'un diagramme spatio-temporel et de son image binarisée.*

B.3 Conclusion

D'une manière générale, l'analyse spatiale reste à améliorer étant donné les nombreuses et fastidieuses vérifications qui empêchent son utilisation systématique et aveugle pour de longues séries d'images. Cependant ce n'est pas le traitement en lui même qui doit être remis en cause mais plutôt le procédé de visualisation qui reste extrêmement bruité pour une analyse d'image 2D, contrairement aux DST. De nombreux tests ont été effectués dans ce sens (cf. Chap. 1) mais aucun n'a donné de résultats satisfaisant. L'utilisation de kaliroscope à la place de l'iriodin n'a cependant jamais été tentée du fait des volumes nécessaires (2l pour chaque remplissage d'aquarium) et permettrait peut-être d'éviter le fort scintillement que produit l'iriodin. Par contre le traitement des fichiers spatio-temporel s'est avéré bien meilleur, ne nécessitant qu'une vérification lors des injections de particules, et donc à des temps donnés.

Annexe C

Analyse de stabilité linéaire de CGL5

C.1 Ondes propagatives et stabilité linéaire

Pour faire l'étude analytique de l'équation de Ginzburg-Landau Complexe d'ordre 5 (CGL5) nous recherchons la solution sous une forme générale d'ondes planes propagatives, dépendant donc du temps et de l'espace.

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \mu A + (\alpha_r + i\alpha_i)\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + (\beta_r + i\beta_i)|A|^2 A + (\gamma + i\delta)|A|^4 A + (\zeta + i\epsilon)\left|\frac{\partial A}{\partial x}\right|^2 A \quad (\text{C.1})$$

C.1.1 Solution du type onde propagatives

Nous recherchons une solution de l'équation dépendant du temps et de l'espace, sous la forme d'ondes propagatives

$$A = R \exp[i(qx + \omega t)]$$

avec R et ω tous deux réels. Nous obtenons une première équation pour R^2 et ω en injectant cette solution dans l'Eq. C.1:

$$i\omega = \mu - (\alpha_r + i\alpha_i)q^2 + (\beta_r + i\beta_i)R^2 + (\gamma + i\delta)R^4 + (\zeta + i\epsilon)q^2 R^2 \quad (\text{C.2})$$

En séparant partie réelle et partie imaginaire nous obtenons:

$$\omega = -\alpha_i q^2 + (\beta_i + \epsilon q^2)R^2 + \delta R^4 \quad (\text{C.3})$$

$$\begin{aligned}
0 &= \mu - \alpha_r q^2 + (\beta_r + \zeta q^2)R^2 + \gamma R^4 \\
\text{d'où } R_{\pm}^2 &= \frac{-1}{2\gamma} [(\beta_r + \zeta q^2) \pm \sqrt{\Delta}] \\
\text{avec } \Delta &= (\beta_r + \zeta q^2)^2 - 4\gamma(\mu - \alpha_r q^2)
\end{aligned} \tag{C.4}$$

Comme l'amplitude de la solution est positive, nous appelons R_+ "branche supérieure" et R_- "branche inférieure".

Nous obtenons comme conditions d'existence des solutions:

$$\Delta > 0 \quad \text{et} \quad R^2 > 0$$

Sachant que $\gamma < 0$, la première condition revient à:

$$\mu > \alpha_r q^2 + \frac{1}{4\gamma}(\beta_r + \zeta q^2)^2 = \mu_{pt}$$

la seconde va dépendre du signe de $\beta_r + \zeta q^2$:

$$\begin{aligned}
\beta_r + \zeta q^2 > 0 \quad & R_+^2 \text{ existe quels que soient } (\mu, \alpha_r, q^2) \\
& R_-^2 \text{ existe si } \mu < \alpha_r q^2 \\
\beta_r + \zeta q^2 < 0 \quad & R_+^2 \text{ existe si } \mu > \alpha_r q^2 \\
& R_-^2 \text{ n'existe pas}
\end{aligned}$$

Pour $q = 0$, nous retrouvons les conditions habituelles pour la bifurcation sous-critique de l'équation RGL5 [78], avec apparition des solutions au point tournant:

$$\mu_{tp} = \frac{-\beta_r^2}{4\gamma} \quad \text{avec} \quad A_{tp}^2 = \frac{-\beta_r}{2\gamma}$$

Il est bon de remarquer que les solutions de l'équation de Ginzburg-Landau super-critique ne se déduisent pas en prenant la limite quand γ tend vers 0.

Stabilité linéaire

Nous faisons une analyse de stabilité linéaire classique autour des solutions A de l'Eq. C.1, en les perturbant par $a \exp[i(qx + \omega t)]$, avec a complexe.

$$A = (R + a) \exp[i(qx + \omega t)]$$

Avant de remplacer A dans l'Eq. C.1 calculons les expressions intermédiaires ci-dessous, en nous arrêtant au premier ordre en a :

$$\begin{aligned} A_x &= (iq(R+a) + a_x) \exp[(i(qx + \omega t))] \\ A_{xx} &= (-q^2(R+a) + 2iqa_x + a_{xx}) \exp[(i(qx + \omega t))] \\ |A_x|^2 A &= \|(iq(R+a) + a_x)(-iq(R+a) + \bar{a}_x)\| (R+a) \\ &= [q^2(R^3 + aR^2 + \bar{a}R^2) - iqR^2(a_x - \bar{a}_x) + q^2R^2a] \end{aligned}$$

D'où en réinjectant dans l'Eq. C.1:

$$\begin{aligned} i\omega(R+a) + \partial_t a &= \mu(R+a) + (\alpha_r + i\alpha_i) [-q^2(R+a) + a_{xx} + 2iqa_x] \\ &\quad + (\beta_r + i\beta_i) (R^3 + \bar{a}R^2 + 2aR^2) \\ &\quad + (\gamma + i\delta) (R^5 + 3aR^4 + 2\bar{a}R^4) \\ &\quad + (\zeta + i\kappa) [q^2R^2(R+a) + q^2R^2(a + \bar{a}) - iqR^2(a_x - \bar{a}_x)] \end{aligned}$$

$(R+a)$ vérifiant (C.2), nous obtenons une équation simplifiée pour a .

$$\begin{aligned} a_t &= (\alpha_r + i\alpha_i)(2iqa_x + a_{xx}) + (\beta_r + i\beta_i)(a + \bar{a})R^2 \\ &\quad + 2(\gamma + i\delta)(a + \bar{a})R^4 \\ &\quad + (\zeta + i\kappa)(a + \bar{a})R^2q^2 - i(\zeta + i\kappa)(a_x - \bar{a}_x)qR^2 \end{aligned} \quad (C.5)$$

Nous voulons alors savoir dans quelles conditions la solution de cette équation tend asymptotiquement vers 0 pour toute condition initiale. Nous nous plaçons dans l'espace de Fourier en prenant la notation:

$$a = \sum_k a_k \exp(ikx) \quad \bar{a} = \sum_k \tilde{a}_k \exp(ikx)$$

La projection de l'Eq. C.5 et de sa forme conjuguée aboutit à un système d'équations linéaires à k fixé. Nous écrivons tout d'abord le système dans l'espace réel pour faciliter la lecture des divers changements de signes:

$$\left\{ \begin{aligned} a_t &= [\beta_r + i\beta_i + 2(\gamma + i\delta)R^2 + (\zeta + i\kappa)] (a + \bar{a})R^2 \\ &\quad + (\alpha_r + i\alpha_i)(2iqa_x + a_{xx}) - i(\zeta + i\kappa)qR^2(a_x - \bar{a}_x) \\ \bar{a}_t &= [\beta_r - i\beta_i + 2(\gamma - i\delta)R^2 + (\zeta - i\kappa)] (a + \bar{a})R^2 \\ &\quad + (\alpha_r - i\alpha_i)(-2iq\bar{a}_x + \bar{a}_{xx}) + i(\zeta - i\kappa)qR^2(\bar{a}_x - a_x) \end{aligned} \right.$$

En posant jusqu'à la fin des calculs:

$$\begin{aligned} z &= [\beta_r + i\beta_i + 2(\gamma + i\delta)R^2 + q^2(\zeta + i\kappa)]R^2 \\ \text{et donc } \Re(z) &= (\beta_r + 2\gamma + \zeta q^2)R^2 \\ \Im(z) &= (\beta_i + 2\delta + \kappa q^2)R^2 \end{aligned}$$

Nous obtenons le système linéaire suivant:

$$\begin{cases} \partial_t a_k &= z(a_k + \tilde{a}_k) - (\alpha_r + i\alpha_i)(k^2 + 2kq)a_k - kq(\zeta + i\kappa)R^2(\tilde{a}_k - a_k) \\ \partial_t \tilde{a}_k &= \bar{z}(a_k + \tilde{a}_k) - (\alpha_r - i\alpha_i)(k^2 - 2kq)a_k + kq(\zeta - i\kappa)R^2(a_k - \tilde{a}_k) \end{cases}$$

Dont les solutions sont de la forme:

$$a_k = \exp(\lambda^\pm t)$$

L'étude de stabilité linéaire nous renvoie à l'étude du signe de $\Re(\lambda^\pm)$ avec λ^\pm solutions du déterminant:

$$\begin{vmatrix} z - (\alpha_r + i\alpha_i)(k^2 + 2kq) + kq(\zeta + i\kappa)R^2 - \lambda & z - kq(\zeta + i\kappa)R^2 \\ \bar{z} + kq(\zeta - i\kappa)R^2 & \bar{z} - (\alpha_r - i\alpha_i)(k^2 - 2kq) - kq(\zeta - i\kappa)R^2 - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

avec comme polynôme caractéristique:

$$\begin{aligned} &\lambda^2 - 2\lambda [\Re(z) - \alpha_r k^2 + ikq(\kappa R^2 - 2\alpha_i)] \\ &+ 4ikq [(\kappa R^2 - \alpha_i)\Re(z) - (\zeta R^2 - \alpha_r)\Im(z)] \\ &- 2k^2 q^2 \left[(2(\alpha_r^2 + \alpha_i^2) - 2R^2(\alpha_r \zeta + \kappa \alpha_i) + \frac{\alpha_r}{q^2}\Re(z) + \frac{\alpha_i}{q}\Im(z)) \right] \\ &+ 4ik^3 q [\zeta \alpha_i - 2\kappa \alpha_r] R^2 + k^4 [\alpha_r^2 + \alpha_i^2] = 0 \end{aligned} \tag{C.6}$$

Lorsque l'on approxime le déterminant aux grandes valeurs de k la partie réelle des valeurs propres se comporte comme $-\alpha_r k^2$, la partie diffusive assure donc la stabilité aux grandes valeurs de k . Pour k petit, nous développons le déterminant à l'ordre 2 en k analytiquement. Pour les valeurs intermédiaires de k le calcul est fait numériquement. Comme la solution de l'Eq. C.1 est invariante

de phase ($A \rightarrow A \exp(i\phi)$, ϕ Réel), elle est marginalement stable face aux perturbations de phase homogènes. Les solutions qui vont se déstabiliser en premier, donc les plus dangereuses, seront par conséquent les perturbations à k petit. Il est donc légitime d'accorder un intérêt particulier aux solutions du déterminant à k faible.

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}\Delta' &= \Re e(z)^2 - 2ikq\Re e(z) \left[\kappa R^2 + 2\frac{\Im m(z)}{\Re e(z)}(\alpha_r - \zeta R^2) \right] \\ &\quad - 2k^2q^2 \left[-2\alpha_r^2 + 2\alpha_r\zeta R^2 + \frac{1}{2}\kappa^2 R^4 - \frac{\alpha_i}{q^2}\Im m(z) \right] \\ &\quad + O(k^3) \end{aligned}$$

Ce qui nous donne pour $\sqrt{\Delta'}$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\sqrt{\Delta'} &= \Re e(z) \left\{ 1 - \frac{ikq}{\Re e(z)} \left[\kappa R^2 + 2\frac{\Im m(z)}{\Re e(z)}(\alpha_r - \zeta R^2) \right] \right. \\ &\quad - \frac{k^2q^2}{\Re e^2(z)} \left[-2\alpha_r(\alpha_r - \zeta R^2) + \frac{1}{2}\kappa^2 R^4 - \frac{\alpha_i}{q^2}\Im m(z) \right] \\ &\quad + \frac{1}{8} \frac{4k^2q^2}{\Re e^2(z)} \left[\kappa^2 R^4 + 4\kappa R^2 \frac{\Im m(z)}{\Re e(z)}(\alpha_r - \zeta R^2) + 4\frac{\Im m^2(z)}{\Re e^2(z)}(\alpha_r - \zeta R^2)^2 \right] \Big\} \\ &\quad + O(k^3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\sqrt{\Delta'} &= \Re e(z) - ikq \left[\kappa R^2 + 2\frac{\Im m(z)}{\Re e(z)}(\alpha_r - \zeta R^2) \right] \\ &\quad + \frac{2\alpha_r k^2 q^2}{\Re e(z)}(\alpha_r - \zeta R^2) \\ &\quad + k^2 \frac{\Im m(z)}{\Re e(z)} \left[\frac{2q^2(\alpha_r - \zeta R^2)}{\Re e(z)} \left[\kappa R^2 + (\alpha_r - \zeta R^2) \frac{\Im m(z)}{\Re e(z)} \right] - \alpha_i \right] \\ &\quad + O(k^3) \end{aligned}$$

D'où les valeurs propres λ^+ et λ^- :

Valeur propre associées au mode d'amplitude:

$$\lambda^+ = 2\Re e(z) - 2ikq \left[\alpha_i + \frac{\Im m(z)}{\Re e(z)}(\alpha_r - \zeta R^2) \right] + C_{k^2}^+ k^2 + O(k^3)$$

$$\begin{aligned}
C_{k^2}^+ &= \frac{2\alpha_r q^2}{\Re(z)}(\alpha_r - \zeta R^2) - \alpha_r \\
&+ \frac{\Im(z)}{\Re(z)} \left[\frac{2q^2(\alpha_r - \zeta R^2)}{\Re(z)} \left[\kappa R^2 + (\alpha_r - \zeta R^2) \frac{\Im(z)}{\Re(z)} \right] - \alpha_i \right]
\end{aligned}$$

λ^+ est appelée valeur propre d'amplitude car lorsque $k = 0$, la stabilité de l'amplitude de la solution est déterminée par le signe de $\Re(z)$:

Pour la solution du haut, i.e. $R_h^2 = \frac{-1}{2\gamma} [\beta_r + q^2\zeta + \sqrt{\Delta}']$:

$$\begin{aligned}
\Re(z) &= R_h^2(\beta_r + 2\gamma R_h^2 + \zeta q^2) \\
&= -R_b^2 \sqrt{\Delta'}
\end{aligned}$$

$\Re(z) < 0$, λ^+ est stable d'amplitude.

Pour la solution du bas, i.e. $R_b^2 = \frac{-1}{2\gamma} [\beta_r + \zeta q^2 - \sqrt{\Delta}]$:

$$\begin{aligned}
\Re(z) &= R_b^2(\beta_r + 2\gamma R_b^2 + \zeta q^2) \\
&= R_b^2 \sqrt{\Delta'}
\end{aligned}$$

$\Re(z) > 0$, λ^+ est instable d'amplitude.

Sur la figure C.1 l'évolution de λ^+ et λ^- n'est représentée que pour k petit, les termes d'ordre 4 peuvent ensuite venir modifier le signe des valeurs propres.

Valeur propre de phase:

$$\begin{aligned}
\lambda^- &= -2ikq \left[(\kappa R^2 - 2\alpha_i) + \frac{\Im(z)}{\Re(z)}(\alpha_r - \zeta R^2) \right] + C_{k^2}^- k^2 + O(k^3) \text{ (C.7)} \\
C_{k^2}^- &= -\frac{2\alpha_r q^2}{\Re(z)}(\alpha_r - \zeta R^2) - \alpha_r \\
&\quad - \frac{\Im(z)}{\Re(z)} \left[\frac{2q^2(\alpha_r - \zeta R^2)}{\Re(z)} \left[\kappa R^2 + (\alpha_r - \zeta R^2) \frac{\Im(z)}{\Re(z)} \right] - \alpha_i \right]
\end{aligned}$$

λ^- est appelée valeur propre de phase (Fig. C.1), car la branche correspondante commence à 0 à $k = 0$, sa stabilité est donnée par le signe du

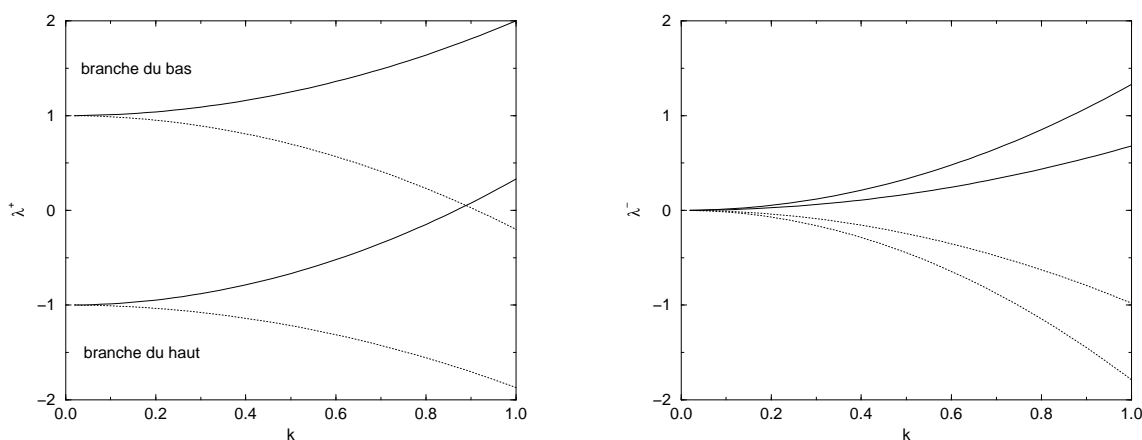


FIG. C.1 - Comportement qualitatif de λ^+ (gauche) et de λ^- (droite), pour les solutions du haut et du bas, pour $C_{k^2}^+ > 0$ (courbes en traits pleins) et $C_{k^2}^+ < 0$ (courbes en pointillés)

coefficient de k^2 . C'est la déstabilisation de la phase qui souvent entraîne la déstabilisation de l'amplitude.

$$\begin{aligned} C_{k^2}^- < 0, \quad \lambda^- \text{ est stable de phase} \\ C_{k^2}^- > 0, \quad \lambda^- \text{ est instable de phase} \end{aligned}$$

Pour $q = 0$, la condition de stabilité de phase revient à:

$$-\alpha_r(\beta_r + 2\gamma R^2) - \alpha_i(\beta_i + 2\delta R^2) < 0$$

C.2 Méthode de Cross-Newell ou perturbation de la phase

La méthode de Cross-Newell conduit plus directement à la stabilité des ondes vis à vis de perturbation de phase.

Nous considérons à nouveau une solution de l'Eq. C.1 sous la forme d'ondes planes propagatives, et remarquons que d'après l'invariance de jauge ($A \rightarrow A \exp(i\phi)$, avec ϕ réel et constant) la phase peut être définie à une constante près. Cela signifie que les ondes propagatives sont marginalement stables vis à vis de perturbations homogènes de la phase. Cela laisse prévoir une éventuelle

description de la dynamique des perturbations au voisinage de ces solutions par une seule équation de phase. Cette équation, dénommée équation de diffusion de la phase, ou équation de Cross-Newell, nous renseigne sur la stabilité de la solution liée à la phase.

Nous définissons $A = R \exp[i(qx + \omega t)]$ comme solution de l'Eq. C.1 et obtenons à nouveau l'Eq. C.3 :

Ensuite nous prenons

$$\begin{aligned} A &= (R(q^2) + w) \exp(i\theta) \\ &= \mathcal{R} \exp(i\theta) \end{aligned}$$

avec θ variant rapidement dans l'espace et le temps, mais ses dérivées spatiales et temporelles sont des variables lentes. w traduit les corrections apportées par la dépendance spatiale de θ sur l'amplitude. Si les variations de la phase ne déstabilisent pas le système, les légères variations de l'amplitude seront atténuées par la diffusion. Nous introduisons à présent les échelles spatiales et temporelles lentes, ainsi qu'une nouvelle phase Θ .

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{1}{\varepsilon} \Theta \\ X &= \varepsilon x \quad T_1 = \varepsilon t \quad T_2 = \varepsilon^2 t \\ w &= \varepsilon w_1 + \varepsilon^2 w_2 + \dots = w(X, T_1, T_2) \\ \Theta &= \Theta(X, T_1, T_2) \end{aligned}$$

Ce qui nous donne :

$$\begin{aligned} \nabla_x \theta &= \nabla_X \Theta = q \\ \theta_t &= \Theta_{T_1} = \omega \end{aligned}$$

Pour obtenir l'équation de diffusion, il nous faut calculer les dérivées partielles suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial t} &= (\varepsilon \mathcal{R}_{T_1} + \varepsilon^2 \mathcal{R}_{T_2} + i \mathcal{R} \Theta_{T_1} + i \varepsilon \mathcal{R} \Theta_{T_2}) \exp(i\theta) \\ \frac{\partial A}{\partial x} &= (\varepsilon \mathcal{R}_X + i \mathcal{R} \Theta_X) \exp(i\theta) \\ \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} &= (\varepsilon^2 \mathcal{R}_{XX} + 2i \varepsilon \mathcal{R}_X \Theta_X + i \varepsilon \mathcal{R} \Theta_{XX} - \mathcal{R} \Theta_X^2) \exp(i\theta) \end{aligned}$$

En reportant dans l'Eq. C.1 nous obtenons:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon \mathcal{R}_{T_1} + \varepsilon^2 \mathcal{R}_{T_2} + i \mathcal{R} \Theta_{T_1} + i \varepsilon \mathcal{R} \Theta_{T_2} &= \mu \mathcal{R} \\
 &+ (\alpha_r + i \alpha_i) \\
 &\cdot (\varepsilon^2 \mathcal{R}_{XX} - \mathcal{R} \Theta_X^2 + 2i \varepsilon \mathcal{R}_X \Theta_X + i \varepsilon \mathcal{R} \Theta_{XX}) \\
 &+ (\beta_r + i \beta_i) \mathcal{R}^3 + (\gamma + i \delta) \mathcal{R}^5 \\
 &+ (\zeta + i \kappa) (\varepsilon \mathcal{R}_X + i \mathcal{R} \Theta_X) (\varepsilon \mathcal{R}_X - i \mathcal{R} \Theta_X) \mathcal{R}
 \end{aligned}$$

Comme \mathcal{R} est réel, nous obtenons à nouveau deux équations:

$$\varepsilon \mathcal{R}_{T_1} + \varepsilon^2 \mathcal{R}_{T_2} = \mu \mathcal{R} \quad (C.8)$$

$$\begin{aligned}
 &+ \alpha_r (\varepsilon^2 \mathcal{R}_{XX} - \mathcal{R} \Theta_X^2) - \alpha_i (2 \varepsilon \mathcal{R}_X \Theta_X + \varepsilon \mathcal{R} \Theta_{XX}) \\
 &+ \beta_r \mathcal{R}^3 + \gamma \mathcal{R}^5 \\
 &+ \kappa (\varepsilon^2 \mathcal{R}_X^2 + \mathcal{R}^2 \Theta_X^2) \mathcal{R} \\
 \mathcal{R} \Theta_{T_1} + \varepsilon \mathcal{R} \Theta_{T_2} &= \alpha_r (2 \varepsilon \mathcal{R}_X \Theta_X + \varepsilon \mathcal{R} \Theta_{XX}) + \alpha_i (\varepsilon^2 \mathcal{R}_{XX} - \mathcal{R} \Theta_X^2) \quad (C.9) \\
 &+ \beta_i \mathcal{R}^3 + \delta \mathcal{R}^5 \\
 &+ \kappa (\varepsilon^2 \mathcal{R}_X^2 + \mathcal{R}^2 \Theta_X^2) \mathcal{R}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (C.9) \Leftrightarrow \Theta_{T_1} + \varepsilon \Theta_{T_2} &= \frac{\alpha_r}{\mathcal{R}} (2 \varepsilon \mathcal{R}_X \Theta_X + \varepsilon \mathcal{R} \Theta_{XX}) + \frac{\alpha_i}{\mathcal{R}} (\varepsilon^2 \mathcal{R}_{XX} - \mathcal{R} \Theta_X^2) \\
 &+ \beta_i \mathcal{R}^2 + \delta \mathcal{R}^4 + \kappa (\varepsilon^2 \mathcal{R}_X^2 + \mathcal{R}^2 \Theta_X^2)
 \end{aligned}$$

à l'ordre 0:

$$0 = (\mu - \alpha_r q^2) R^2 + (\beta_r + \zeta q^2) R^3 + \gamma R^5 \quad (C.10)$$

$$\Theta_{T_1} = -\alpha_i q^2 + (\beta_i + \kappa q^2) R^2 + \delta R^4 = \omega \quad (C.11)$$

à l'ordre 1:

$$\begin{aligned}
 R_{T_1} &= (\mu - \alpha_r q^2 + 3 \beta_r R^2 + 5 \gamma R^4 + 3 \zeta R^2 q^2) w_1 \\
 &+ 2 \alpha_i q R_x - \alpha_i R \Theta_{XX}
 \end{aligned} \quad (C.12)$$

$$\Theta_{T_2} = \frac{2 \alpha_r R_X}{R} q + \alpha_r \Theta_{XX} + 2 R (\beta_i + 4 \delta R^2 + 2 \kappa q^2) w_1 \quad (C.13)$$

$$\text{d'où: } w_1 = \frac{R_{T_1} + 2\alpha_i q R_X + \alpha_i R \Theta_{XX}}{\mu - \alpha_r q^2 + 3\beta_r R^2 + 5\gamma R^4 + 3\zeta R^2 q^2}$$

Il nous faut maintenant expliciter R_{T_1} et R_X pour obtenir l'équation de la phase à partir de l'Eq. C.13. Nous avons supposé que $R = R(q^2)$, donc:

$$\begin{aligned} R_{T_1} &= \frac{\partial R}{\partial T_1} = \frac{\partial R}{\partial R^2} \frac{\partial R^2}{\partial q^2} \frac{\partial q^2}{\partial T_1} = \frac{1}{2R} \frac{\partial R^2}{\partial q^2} \frac{\partial q^2}{\partial T_1} \\ &= \frac{1}{2R} \frac{\partial R^2}{\partial q^2} 2q \frac{\partial q}{\partial T_1} = \frac{q}{R} \frac{\partial R^2}{\partial q^2} \frac{\partial \Theta_X}{\partial T_1} = \frac{q}{R} \frac{\partial R^2}{\partial q^2} \frac{\partial \Theta_{T_1}}{\partial X} \\ &= \frac{q}{R} \frac{d^2 R^2}{dq^2} \frac{\partial \omega}{\partial q^2} \frac{\partial q^2}{\partial X} = \frac{q}{R} \frac{d^2 R^2}{dq^2} \frac{\partial \omega}{\partial q^2} 2q \Theta_{XX} \\ &= \frac{2q^2}{R} \frac{d^2 R^2}{dq^2} \frac{\partial \omega}{\partial q^2} \Theta_{XX} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 R^2}{\partial q^2} = \frac{\alpha_r - \zeta R^2}{\beta_r + 2\gamma R^2 + cq^2} \quad \text{d'après l'Eq. C.10}$$

$$\begin{aligned} \text{car } (\alpha_r - \zeta R^2)q^2 &= \mu + \beta_r R^2 + \gamma R^4 \\ \Rightarrow (\alpha_r - \zeta R^2)dq^2 - \zeta q^2 dR^2 &= \beta_r dR^2 + 2\gamma R^2 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial q^2} = -\alpha_i + \kappa R^2 + (\beta_i + 2\delta R^2 + \kappa q^2) \frac{d^2 R^2}{dq^2} \quad \text{d'après l'Eq. C.11}$$

$$\begin{aligned} R_X &= \frac{1}{2R} \frac{\partial R^2}{\partial X} = \frac{1}{2R} \frac{\partial R^2}{\partial q^2} \frac{\partial q^2}{\partial X} = \frac{1}{R} \frac{d^2 R^2}{dq^2} \Theta_{XX} \\ &= \frac{1}{R} \frac{\alpha_r - \zeta R^2}{\beta_r + 2\gamma R^2 + \zeta q^2} \Theta_{XX} \end{aligned}$$

Pour exprimer l'Eq. C.13, calculons d'abord le numérateur de w_1 à l'aide

des dérivées partielles ci-dessus:

$$R_{T_1} + 2\alpha_i q R_X + \alpha_i R \Theta_{XX} = \left[\frac{2q^2}{R} \frac{d^2 R^2}{dq^2} \frac{\partial \omega}{\partial q^2} + 2\alpha_i q \frac{q}{R} \frac{d^2 R^2}{dq^2} + \alpha_i R \right] \Theta_{XX}$$

$$= C_{\omega_1} \Theta_{XX}$$

$$\text{où } C_{\omega_1} = \left[\frac{2q^2}{R} \frac{d^2 R^2}{dq^2} \left(\frac{\partial \omega}{\partial q^2} + \alpha_i \right) + \alpha_i R \right]$$

$$\text{il vient: } w_1 = \frac{C_{\omega_1}}{2\beta_r R^2 + 4\gamma R^4 + 2\zeta R^2 q^2} \Theta_{XX}$$

L'équation C.13 nous donne:

$$\begin{aligned} \theta_{T_2} &= \frac{2\alpha_r q^2}{R^2} \frac{\alpha_r - \zeta R^2}{2\gamma R^2 + \beta_r + \zeta q^2} \Theta_{XX} + \alpha_r \Theta_{XX} \\ &+ 2R(\beta_i + 2\delta R^2 + \kappa q^2) C_{\omega_1} \Theta_{XX} \\ &= \frac{2\alpha_r q^2}{R^2} \frac{\alpha_r - \zeta R^2}{2\gamma R^2 + \beta_r + \zeta q^2} \Theta_{XX} + \alpha_r \Theta_{XX} \\ &+ \frac{\beta_i + 2\delta R^2 + \kappa q^2}{\beta_r + 2\gamma R^2 + \zeta q^2} \left[\frac{2q^2}{R^2} \frac{\alpha_r - \zeta R^2}{\beta_r + 2\gamma R^2 + \zeta q^2} \left[\frac{\partial \omega}{\partial q^2} + \alpha_i \right] + \alpha_i \right] \Theta_{XX} \\ &= \frac{2\alpha_r q^2}{R^2} \frac{\alpha_r - \zeta R^2}{2\gamma R^2 + \beta_r + \zeta q^2} \Theta_{XX} + \alpha_r \Theta_{XX} \\ &+ \frac{\beta_i + 2\delta R^2 + \kappa q^2}{\beta_r + 2\gamma R^2 + \zeta q^2} \cdot \left[\frac{2q^2}{R^2} \frac{\alpha_r - \zeta R^2}{\beta_r + 2\gamma R^2 + \zeta q^2} \left[\kappa R^2 + (\alpha_r - \zeta R^2) \frac{\beta_i + 2\delta R^2 + \kappa q^2}{\beta_r + 2\gamma R^2 + \zeta q^2} \right] + \alpha_i \right] \Theta_{XX} \end{aligned}$$

Nous obtenons finalement l'équation de diffusion de phase pour notre équation de Ginzburg-Landau complexe d'ordre cinq:

$$\begin{aligned}
 \Theta_{T_2} &= E \quad \Theta_{XX} \\
 E &= \frac{2\alpha_r q^2}{R^2} \frac{\alpha_r - \zeta R^2}{2\gamma R^2 + \beta_r + \zeta q^2} + \alpha_r \\
 &\quad + \frac{\beta_i + 2\delta R^2 + \kappa q^2}{\beta_r + 2\gamma R^2 + \zeta q^2} \\
 &\quad \cdot \left[\frac{2q^2}{R^2} \frac{\alpha_r - \zeta R^2}{\beta_r + 2\gamma R^2 + \zeta q^2} \left[\kappa R^2 + (\alpha_r - \zeta R^2) \frac{\beta_i + 2\delta R^2 + \kappa q^2}{\beta_r + 2\gamma R^2 + \zeta q^2} \right] + \alpha_i \right]
 \end{aligned} \tag{C.14}$$

La résolution de l'Eq. C.14 s'effectue à nouveau dans l'espace Fourier, et nous donne:

$$\Theta_{T_2} = -Ek^2\Theta$$

qui est exactement le comportement de la valeur propre de phase, λ^- de l'Eq. C.7.

Bibliographie

- [1] Andereck C.D., Liu S.S. & Swinney H.L., “Flow regimes in a circular Couette system with independently rotating cylinders” *J. Fluid Mech.* **164**, 155 (1986).
- [2] Andersson H.I., Bech K.H. & Kristoffersen R., “On diffusion of turbulent energy in plane Couette flow” *Proc. R. Soc. Lond.* **A 438** (1992) 477–484
- [3] Antar G., Bottin S., Dauchot O. & Daviaud F. , Manneville P. , in preparation
- [4] Aydin M. & Leutheusser H.J., “Novel experimental facility for the study of plane Couette flow.” *Rev. Sci. Instrum.* **50** (1979) 1362–1366.
- [5] Aydin M. & Leutheusser H.J., “Plane Couette flow between smooth and rough walls” *Exps. Fluids* **11** (1991) 302–312
- [6] Barkley D. & Tuckerman L.S., “Stability analysis of perturbed plane Couette flow.” *submitted to Phys. Fluid*; first presented at *10th International Couette–Taylor Workshop*, Paris, July 15–18, 1997.
- [7] Bech K.H., Tillmark N., Alfredsson P.H. & Andersson H.I., “ An investigation of turbulent plane Couette flow at low Reynolds numbers.” *J. Fluid Mech.* **286** (1995) 291–325.
- [8] Bergé P. “From temporal chaos towards spatial effects” *Nuclear Phys.* **B** (Proc. Suppl.) **2** (1987) 247–258
- [9] Bergé P. Pomeau Y. & Vidal C. “L’Ordre Dans Le Chaos” *Hermann Ed.* (1988)
- [10] Bergé P. Pomeau Y. & Vidal C. “L’espace chaotique” *Hermann Ed.* (1998)

- [11] Bekki N. & Nozaki K., "Formations of spatial patterns and holes in the generalized Ginzburg-Landau equation," *Phys. Lett. A* **110**, 133 (1985).
- [12] Bidaux R., Boccara N. & Chaté H., "Order of transition vs space dimension for a family of cellular automata", *Phys. Rev. A* **39**, 3094 (1989).
- [13] Bottin S., Dauchot O. & Daviaud F., "Intermittency in a locally forced plane Couette flow," *Phys. Rev. Lett.* **79** (1997) 4377–4380
- [14] Bottin S., Dauchot O. & Daviaud F., "Experimental evidence of streamwise counter-rotating vortices as a finite amplitude solution in transitional modified Couette flow" *Submitted to Phys. of Fluids* (dec 1997)
- [15] Bottin S. & Lega J. "Pulses of tunable size near a subcritical bifurcation" *submitted to EPJ B* (1997)
- [16] Bottin S., Manneville P., Daviaud F. & Dauchot O. "Discontinuous transition to spatiotemporal intermittency in plane Couette flow", *submitted to Europhys. Lett.* 1998.
- [17] Bottin S. & Chaté H. "Statistical analysis of the transition to turbulence in plane Couette flow" *submitted to EPJ B* (1998)
- [18] Busse F.H. "Bounds for properties of complex systems" in *Nonlinear Physics of complex systems*. Parisi J., Müller S.C. & Zimmermann W. (Eds.) (Springer-Verlag 1996)
- [19] Busse F.H. & Clever R.M., "Bifurcation sequences in problems of thermal convection and of plane Couette flow." *Waves and Nonlinear Processes in Hydrodynamics*, J. Grue, B. Gjevik, & J. E. Weber, eds. (Kluwer, 1996).
- [20] Carlson D.R., Widnall S.E. & Peeters M.F. "A flow-visualization study of transition in plane Poiseuille flow," *J. Fluid Mech.* **121**, (1982) 487.
- [21] Chaté H. & Manneville P., "Transition to turbulence via spatio-temporal intermittency" *Phys. Rev. Lett.* **58**, (1987) 112.
- [22] Chaté H. & Manneville P., "Spatiotemporal intermittency in coupled map lattices", *Physica D***32** (1988a) 409.
- [23] Chaté H. & Manneville P., "Continuous and discontinuous transition to spatio-temporal intermittency in two-dimensional coupled map lattices" *Europhys. Lett.***6**(1988b) 591.

- [24] Chaté H. & Manneville P., “Role of defects in the transition to turbulence via spatiotemporal intermittency”, *Physica D* **37**, 33 (1989).
- [25] H. Chaté, “Subcritical bifurcations and spatiotemporal intermittency”, in *Spontaneous Formation of Space-Time Structures and Criticality*, T. Riste ed., (Kluwer, Dordrecht, 1991).
- [26] Chaté H. & Manneville P., “Spatiotemporal intermittency.” *Turbulence: a tentative dictionary*, P. Tabeling, O. Cardoso, eds. (Plenum Press, 1994).
- [27] Chaté H., “Spatiotemporal Intermittency regimes of the one-dimensional complex Ginzburg-Landau equation”, *Nonlinearity* **7**, 185 (1994)
- [28] Cherhabili A. & Ehrenstein U., “Spatially localized two-dimensional finite amplitude states in plane Couette flow.” *Eur. J. Mech. B/ Fluids* **14** (1995) 677–696.
- [29] Cherhabili A. & Ehrenstein U., “Finite-amplitude equilibrium states in plane Couette flow.” *J. Fluid Mech.* **342** (1997) 159–177.
- [30] Chwang A.T. & Wu T., “Hydromechanics of low Reynolds-number flow. Part 2. Singularity method for Stokes flows.” *J. Fluid Mech.* **67** (1975) 787–815.
- [31] Ciliberto S. & Bigazzi P., *Phys. Rev. Lett.* **60**, 286 (1988).
- [32] Clever R.M. & Busse F.H. “Three dimensional convection in a horizontal fluid layer subjected to a constant shear.” *J. Fluid Mech.* **234** (1992) 511–527.
- [33] Clever R.M. & Busse F.H. “Tertiary and quaternary solutions in plane Couette flow” *J. Fluid Mech.* **344** (1997) 137–153.
- [34] Coles D. “Transition in circular Couette flow” **21**, 385 (1965).
- [35] Coughlin K., “Coherent structures and intermittent turbulence in channel flows: Part 1: Coherent Structures.” *J. Fluid Mech.* submitted (1996).
- [36] Coughlin K. & Marcus P. “Turbulent burstin Couette-Taylor flow” *Phys. Rev. Lett. J. Fluid Mech.* **77** (1996) 2214

- [37] Couillet P., Elphick C. & Repaux D., "Dynamics of codimension-one defects", in *Propagation in Systems far from Equilibrium*, J.E. Wesfreid, H.R. Brand, P. Manneville, G. Albinet and N. Boccara Eds., pp. 185-193, Springer-Verlag, Berlin, 1988.
- [38] Cross M.C. & Hohenberg P.C. *Rev. Mod. Phys.* **65** 851 (1993)
- [39] Cross M. C. & Newell A. C., "Convection patterns in large aspect ratio systems", *Physica D* **10**, 299 (1984).
- [40] Darbyshire A.G. & Mullin T., "Transition to turbulence in constant mass-flux pipe flow", *J. Fluid Mech.* **289**, 83 (1995).
- [41] Dauchot, O. & Daviaud, F. "Finite amplitude perturbation in plane Couette flow" *Europhys. Lett* **28**(1994) 225.
- [42] Dauchot, O. & Daviaud, F. "Finite-amplitude perturbation and spots growth mechanism in plane Couette flow." *Phys. Fluids* **7** (2) 335 (1995a)
- [43] Dauchot, O. & Daviaud, F. "Streamwise vortices in plane Couette flow." *Phys. Fluids* **7** (5) (1995b) 901
- [44] Dauchot O. "Transition sous-critique vers la turbulence dans l'écoulement de Couette plan" Thèse de doctorat (1995)
- [45] Dauchot, O. & Manneville, P. "Local versus global concepts in hydrodynamics stability theory." *Journal de Physique II France* **7**371 (1997)
- [46] Daviaud F., Dubois M. & Bergé P., *Europhys. Lett* **9**, 441 (1989).
- [47] Daviaud F., Bonetti M. & Dubois M., *Phys. Rev. A* **42**, 3388 (1990).
- [48] Daviaud, F., Hegseth, J. & Bergé, P. "Subcritical transition to turbulence in plane Couette flow." *Phys.Rev.Lett.* **69** 2511 (1992).
- [49] Daviaud F., "Experiments in 1D turbulence." *Turbulence: a tentative dictionary*, P. Tabeling, O. Cardoso, eds. (Plenum Press, 1994).
- [50] Deissler R.J., " Spatially growing waves, intermittency and convective chaos in an open-flow system," *Physica D* **25**, 233 (1987).
- [51] Deissler R.J. & Brand H.R. " The effect of nonlinear gradient terms on localized states near a weakly inverted bifurcation," *Phys. Lett. A* **146**, 252 (1990).

-
- [52] Deissler R.J. & Brand H.R. "Periodic, Quasi-periodic, and Chaotic Localized Solutions of the quintic Complex Ginzburg-Landau Equation" *Phys. Rev. Lett.* **72** 478 (1994)
- [53] Dubrulle B. & Zhan J-P., "Non-linear instability of viscous plane Couette flow Part 1. Analytical approach to a necessary condition", *J. Fluid Mech* **231**, (1991) 561–573.
- [54] Dubrulle B. & Nazarenko S., "On scaling laws for the transition to turbulence in uniform-shear flows", *Europhys. Lett.* **27**, 129 (1994).
- [55] Eckhaus W., "Studies in Nonlinear Stability Theory", Springer-Verlag, New-York, 1965.
- [56] Emmons H.W. & Bryson A.E., "The laminar-turbulent transition in a boundary layer" *J.A.S.* **18** (1951) 490.
- [57] Frish, U. , She Z. S. & Thual, O. *J. Fluid Mech* **168**, (1986) 221.
- [58] Grebogi C., Ott E. & Yorke J.A., "Chaotic attractors and crisis" *Physica* **7D**, 181 (1983).
- [59] Hakim V., Jakobsen P. & Pomeau Y., "Front vs. Solitary Waves in Non equilibrium Systems," *Europhys. Lett.* **11**, 19 (1990).
- [60] Hamill C.F., Predtechensky A.A., Sha E. & Swinney H. 9th International Workshop Couette-Taylor Workshop, University of Colorado, Boulder, CO, Aug. 7-10 1995
- [61] Hamilton J.M. & Abernathy F.H., "Streamwise vortices and transition to turbulence" *J. Fluid Mech.* **264**, (1994) 185–212
- [62] Hamilton J.M., Kim J. & Waleffe F., "Regeneration mechanisms of near-wall turbulence structures." *J. Fluid Mech.* **287** (1995) 317–348.
- [63] Hayot F. and Pomeau Y. "Turbulent domain stabilization in annular flow." *Phys. Rev.* **E 50**, (1994) 2019.
- [64] Hegseth J.J., Andereck C.D., Hayot F. & Pomeau Y., "Spiral turbulence and phase dynamics", *Phys. Rev. Lett.* **62**, (1989) 257.
- [65] Huerre P. & Monkewitz P.A., "global instabilities in spatially developing flows," *Ann. Rev. Fluid Mech.* **22**, (1990) 473.

- [66] Joseph D.D., *Stability of Fluid Motions, I*. (Springer-Verlag, Berlin, 1976).
- [67] Kaneko K., "Spatiotemporal intermittency in coupled map lattices" *Progress of Theoretical Physics* **74** (1985) 1033–1044.
- [68] Kinzel W., "Directed Percolation", *Percolation Structures and Processes*, G. Deutscher et al. eds., Ann. Israel Phys. Soc. **5**, (1983) 425.
- [69] Kreiss G., Lundbladh A. & Henningson D. S., "Bounds for threshold amplitudes in subcritical shear flows," *J. Fluid. Mech.* **270**, (1994) 175.
- [70] Komminaho J. , Lundbladh A. & Johansson A., " Very large structures in plane turbulent Couette flow." *J. Fluid Mech.* **320** (1996) 259-286.
- [71] Kuramoto Y. & Tsuzuki T., "Persistent propagation of concentration waves in dissipative media far from thermal equilibrium," *Prog. Theor. Phys.* **55**, 356 (1976).
- [72] Lai Y.C., Grebogi C., Yorke J.A. & Venkatarami S.C., "Riddling bifurcation in chaotic dynamical systems" *Phys. Rev. Letter* **77**, 55 (1996)
- [73] Y.C. Lai & C. Grebogi, "Noise-induced riddling in chaotic systems" *Phys. Rev. Letter* **77**, 5047 (1996)
- [74] Lee M.J & Kim J., "The structure of turbulence in simulated plane Couette flow" *Heigth Symp. on Turbulent Shear Flows* Munich (1991) 5.3.1-5.3.6
- [75] Lerner J. & Knobloch E., "The long-wave instability of a defect in a uniform parallel shear." *J. Fluid Mech.* **189**, (1988) 117–134.
- [76] Leutheusser H.J. & Chu V.H., " Experiments on plane Couette flow." *J. Hydraul. Div. ASCE* **97** (1971) 1269.
- [77] Lundbladh A. & Johansson A., "Direct simulation of turbulent spots in plane Couette flow." *J. Fluid Mech.* **229** (1991) 499-516.
- [78] Manneville P. "Structures Dissipatives, Chaos et Turbulence" Aléa Saclay (1991)
- [79] Malerud S. , Måløy K.J. & Goldburg W.I., " Measurements of turbulent velocity fluctuations in a planar Couette cell." *Phys. Fluids* **7** (1995) 1949–1955.

- [80] Malomed B.A., “ Evolution of nonsoliton and “quasi-classical” wave-trains in nonlinear Schrödinger and Korteweg-de Vries equations with dissipative perturbations,” *Physica D* **29**, 155 (1987).
- [81] Nagata M., “Bifurcation in Couette flow between almost corotating cylinders” *J. Fluid Mech.* **169** (1986) 229–250.
- [82] Nagata M., “Three-dimensional finite-amplitude solutions in plane Couette flow: bifurcation from infinity.” *J. Fluid Mech.* **217** (1990) 519–527.
- [83] Nagata M., “Nonlinear solutions of modified plane Couette flow in the presence of a transverse magnetic field” *J. Fluid Mech.* **307** (1996) 231–243.
- [84] Nagata M., “Three-dimensional traveling-wave solutions in plane Couette flow” *Phys. Rev. E* **55** (1997) 2023–2025.
- [85] Orszag S.A. “Accurate solution of the Orr-Sommerfeld stability equation” *J. Fluid. Mech.* **50**, (1971) 689–703.
- [86] Orszag S.A. & Kells L.C. “Transition to turbulence in plane Poiseuille and plane Couette flow.” *J. Fluid. Mech.* **96**, (1980) 159–205.
- [87] Petitjeans P. “Etude expérimentale des instabilités de couches limites des parois concaves: Instabilité de Görtler” Thèse de doctorat (1992)
- [88] Pomeau Y. & Manneville P. “ Stability and fluctuations of a spatially periodic convective flow,” *J. Physique (Paris) Lettres* **40**, (1979) 609.
- [89] Pomeau Y. & Manneville P. *Comm. Math. Phys.* **74**, (1980) 189.
- [90] Pomeau Y., “Front motion, metastability, and subcritical bifurcations in hydrodynamics.” *Physica D* **23** (1986) 546–554.
- [91] Reddy S.C. & Henningson D.S., “Energy growth in viscous channel flows” *J. Fluid Mech.* **252**, (1993) 209–238.
- [92] Reddy S.C., Schmid P.J., Baggett J.S. & Henningson D.S., “On stability of streamwise streaks and transition to turbulence in plane channel flows.” *J. Fluid Mech.* accepted.
- [93] Reichardt H., “Über die Geschwindigkeitsverteilung in einer geradlinigen turbulenten Couetteströmung.” *Z. Angew. Math. Mech.* **36** (1956) 26–29.

- [94] Reynolds O., "An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels," *Philos. Trans. R. Soc. London* **174**, 935 (1883).
- [95] Ruelle D. & F. Takens, "On the nature of turbulence," *Comm. Math. Phys.* **20** (1971) 167; et *Comm. Math. Phys.* **23** (1971) 344.
- [96] Robertson J.M. & Johnson H.J. "Turbulence structure in plane Couette flow" *J. Eng. Mech. Div. Am. Soc. Civ. Eng.* **96** (1970) 1171
- [97] Romanov V.A. "Stability of plane parallel Couette flow." *Funkcional Anal. i Prolozen.* **7**. (1973).
- [98] Ruelle D & Takens F., "XXX" *Comm. Math. Phys.* **20** (1971) 167-192, **23** (1971) 343-344.
- [99] Sakaguchi H. & Brand H.R., "Stable localized solutions of arbitrary length for the quintic Swift-Hohenberg equation," *Physica D* **97**, 274 (1996).
- [100] Schmieguel A. & Eckhardt B., "Fractal stability border in plane Couette flow", *Phys. Rev. Lett.* **79**, 5250, (1997).
- [101] Schulman L.S. & Seiden P.E., "Statistical mechanics of a dynamical system based on Conway's Game of Life", *J. Stat. Phys.* **19**, 293 (1978);
- [102] Schuster, "Deterministic Chaos", *Physic Verlag* (3rd edition).
- [103] P. Tabeling & O. Cardoso *Turbulence. A Tentative Dictionnary*, *Plenum Press* (1995).
- [104] Tel T. "Transient Chaos" in: *Experimental Study and Characterization of Chaos. Directions in Chaos, Vol 3. Hao Bai-lin ed., World Scientific, Singapore* (1990).
- [105] Thual O. & Fauve S. "Localized structures generated by subcritical instabilities" *J. Phys. (Paris)* **49**, 1829 (1988).
- [106] Thual O. & Fauve S. "Solitary Waves Generated by Subcritical Instabilities in Dissipative Systems" *Phys. Rev. Lett.* **64** (1990), 282.
- [107] Tillmark N. & Alfredsson P.H. , "Experiments on transition in plane Couette flow." *J. Fluid Mech.* **235** (1992) 89-102.

- [108] Tillmark N., “ On the spreading mechanisms of a turbulent spot in plane Couette flow.” *Europhys. Lett.* **32** (1995) 481–485.
- [109] Tillmark N. & Alfredsson P.H. , “Experiments on rotating plane Couette flow” in *Advances in Turbulence VI*, Kluwer Academic press, Lausanne (1996), 391–394.
- [110] Trefethen L.N., Trefethen A.E., Reddy S.C. & Driscoll T.A., “Hydrodynamic stability without eigenvalues”, *Science* **261**, (1993), 578.
- [111] van Hecke M., “Building blocks of spatiotemporal intermittency”, *Phys. Rev. Lett.* **80**, (1998) 1896.
- [112] van Saarloos W. & Hohenberg P.C., “Pulses and fronts in the complex Ginzburg-Landau equation near a subcritical bifurcation,” *Phys. Rev. Lett.* **64**, (1990) 749.
- [113] Vasilescu C. & Manneville P., in preparation (1998).
- [114] Waleffe F., “ Transition in shear flows. Non linear normality versus non-normal linearity” *Phys. of Fluids* **7** (1995a) 3060–3066.
- [115] Waleffe F., “ Hydrodynamics stability of turbulence: Beyond transients to a self-sustaining process.” *Studies in Applied Math.* **95** (1995b) 319–343.
- [116] Waleffe F., “ On a self-sustaining process in shear flows.” *Phys. Fluids* **9** (1997) 883–900.
- [117] Waleffe F. , Kim J. & Hamilton J., “On the origin of streaks in turbulent shear flows.” *Turbulent Shear Flows 8* (Springer, 1993).
- [118] Wygnanski I.J. & Champagne F.H., “On transition in a pipe. Part 1. The origin of puffs and slugs and the flow in a turbulent slug,” *J. Fluid Mech.* **59**, 281 (1973).